Fiches pédagogiques

2$^{\text{ème}}$ A.S

MATHEMATIQUES

Conception et suivi

AMOR JERIDI

Inspecteur principal de mathématiques

Elaboration

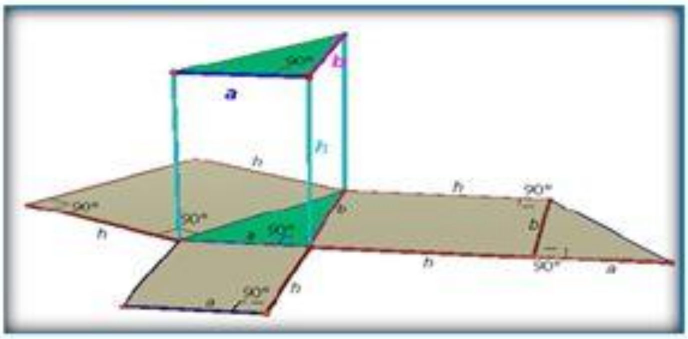
Enseignants de mathématiques de la 2$^{\text{ème}}$ A.S

DRE GABES (2013-2014)

Révision et rectification

MOHAMED HEDI ABDERRAHIM

Professeur P.H.G *de mathématiques*



Septembre 2014

Préface

Par continuation au travail participatif effectué lors des années scolaires 2010-2011 et 2011-2012 concernant la production de fiches pédagogiques pour le programme officiel de mathématiques de la première année secondaire (tronc commun) et dans le cadre de l'innovation pédagogique de l'enseignement de mathématiques, des leçons témoins, des journées pédagogiques et des ateliers ont été organisés durant l'année scolaire 2013-2014. Ce travail vise essentiellement la production des fiches pédagogiques performantes pour la 2ème année filières sciences et technologie de l'informatique permettant une formation mathématique solide des apprenants.

Les fiches pédagogiques proposées ne remplacent en aucun cas le manuel scolaire officiel mais le complètent surtout par la méthodologie et les supports. Ces fiches se distinguent essentiellement par la conception des séances d'apprentissage riches et variées en intégrant dans plusieurs situations opportunes les technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement (TICE). Les supports utilisés sont des fichiers Excel, GeoGebra , Cabri 3 D, … en plus de séquences vidéo appropriées. Les rubriques constituant chaque fiche sont :

- *Le titre du chapitre, numéro de la séance et sa durée*
- *Les aptitudes à développer*
- *Les supports pédagogiques*
- *Les paragraphes*
- *La démarche pédagogique*
- *Durée des séquences d'apprentissage*
- *Commentaire*
- *Travail à domicile*

Notre cher collègue ***M. Mohamed Hédi Abderrahim*** *a eu l'aimable tâche de :*

- *Contrôler et rectifier la totalité des propositions des enseignants*

- *Concevoir des supports TICE adéquats*
- *Classer les activités TICE selon les chapitres en citant le type de fichiers et les références nécessaires (liens internet)*

Enfin je tiens à remercier vivement M. Mohamed Hédi Abderrahim et mes collègues enseignants de 2ème A.S filières sciences et technologie de l'informatique (année scolaire 2013-2014) pour leur esprit coopératif et les grands efforts déployés dans la collaboration à la réalisation de ces fiches pédagogiques et j'invite tous les utilisateurs et les lecteurs de ces fiches de me faire parvenir leurs remarques et propositions de rectification et d'amélioration par la voie administrative ou par mail à l'adresse électronique : amor.jeridi@gmail.com .

Amor Jeridi
Inspecteur principal des écoles préparatoires et des lycées
Délégation régionale de l'enseignement de GABES
Gabes 5 juillet 2014

Sommaire

REPARTITION HORAIRE DU PROGRAMME DE LA $2^{ème}$ Année Sciences et Technologie de l'informatique

Chapitre	Intitulé	Horaire
01	Calcul dans IR	6h
02	Problèmes du 1er degré et du second degré	10h
03	Notion de polynômes	4h
04	Arithmétique	5h
05	Suites arithmétiques	6h
06	Suites géométriques	5h
07	Généralités sur les fonctions	4h
08	Fonctions de référence	9h
09	Calcul vectoriel	8h
10	Barycentre	7h
11	Translations	5h
12	Homothéties	8h
13	Rotations	6h
14	Trigonométrie et mesure des grandeurs	7h
15	Géométrie analytique	8h
16	Droites et plans de l'espace	4h
17	Parallélisme dans l'espace	5h
18	Orthogonalité dans l'espace	6h
19	Statistiques	4h

PROJET DE REPARTITION DU PROGRAMME DE 2ème Sc et Tech. Inf.

Chapitre	Paragraphes	H
Calcul dans IR	Ensembles des nombres, Proportionnalité, pourcentage	1 h
	Identités remarquables	1 h
	Comparaison des réels, encadrement	1 h
	Les radicaux	1 h
	Valeur absolue	1 h
	Ordre de grandeur, valeur approchée, arrondi	1 h
	Total:	**6h**
Problèmes du 1er degré et du second degré	Problèmes du 1er degré, équations et inéquations du 1er degré	2 h
	Problèmes du second degré, équations du second degré	3 h
	Signe d'un trinôme du second degré, inéquations du second degré	3 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**10h**
Notion de polynômes	Généralités: définition, opérations	1 h
	Racines d'un polynôme, factorisation	2 h
	Exercices intégratifs	1 h
	Total:	**4 h**
Arithmétique	Division euclidienne, divisibilité	1 h
	Critères de divisibilité par: 2, 5, 4, 25 et 8	1 h
	Critères de divisibilité par: 3 et 9	1 h
	Critère de divisibilité par: 11	1 h
	Exercices intégratifs	1 h
	Total:	**5 h**
Suites arithmétiques	Notion de suite: définition et modes de présentation	1 h
	Définition , terme général d'une suite arithmétique	1 h
	Somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique	1 h
	Représentation graphique d'une suite arithmétique	1 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**6 h**
Suites géométriques	Définition, représentation graphique, terme général d'une suite géométrique	2 h
	Somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique	1 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**5 h**
Généralités sur les fonctions	Ensemble de définition, représentation graphique d'une fonction	1h
	Maximum, minimum et sens de variation d'une fonction	1h
	Parité et symétrie	1h
	Exercices intégratifs	1h
	Total:	**4h**
Fonctions de référence	Fonctions: $f(x) = ax^2 + bx + c$	4h
	Fonctions : $f(x) = \sqrt{x+b}$	1h
	Fonctions : $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$	4h
	Total:	**9h**

Chapitre	Paragraphes	H
Calcul vectoriel	Addition des vecteurs	1 h
	Multiplication d'un vecteur par un réel	1 h
	Bases, condition analytique de colinéarité de deux vecteurs	1 h
	Repère cartésien du plan, norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux	1 h
	Expression de la norme d'un vecteur, condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs,	1 h
	Vecteurs et configurations géométriques	1h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**8 h**
Barycentre	Barycentre de deux points pondérés	2 h
	Barycentre de trois points pondérés	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**6 h**
Translations	Définition, propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	1 h
	Exercices intégratifs (en particulier des problèmes de lieux et des problèmes de construction)	3 h
	Total:	**6 h**
Homothétie	Définition , construction de l'image d'un point	2 h
	Propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**8 h**
Rotations	Mesure d'un angle en radian. Définition et propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	**6 h**
Géométrie analytique	Coordonnées du barycentre de deux points pondérés et de trois points pondérés	1 h
	Equation cartésienne d'une droite, équation réduite	1 h
	Vecteur directeur , droites parallèles.	1 h
	Vecteur normal , droites perpendiculaires.	1 h
	Distance d'un point à une droite , équation d'un cercle	2 h
	Positions relatives d'un cercle et d'une droite	1 h
	Exercices intégratifs	1 h
	Total:	**8 H**
Statistiques	Série statistique, représentation graphique	1h
	Paramètres de position d'une série statistique	1h
	Paramètres de dispersion d'une série statistique	1h
	Simulation des expressions aléatoires	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	**6h**

Chapitre	Paragraphes	H
Trigonométrie et mesure des grandeurs	Rappels: rapports trigonométriques dans un triangle rectangle:	1h
	Sin, cos, tg et cotg d'un angle compris entre 0 et π	1h
	Relations trigonométriques	1h
	Angles supplémentaires; Angles complémentaires	1h
	Loi des sinus et formule d'EL-Kashi	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	**7h**
Droites et plans de l'espace	Introduction d'axiomes de base	1h
	Points coplanaires – Droites coplanaires	1h
	Positions relatives de droites et plans de l'espace	1h
	Exercices intégratifs	1h
	Total:	**4h**
Parallélisme dans l'espace	Parallélisme dans l'espace	2h
	Sections planes	2h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	**6h**
Orthogonalité dans l'espace	Droites orthogonales	1h
	Droites et plans orthogonaux	1h
	Plan médiateur d'un segment , Axe d'un cercle	1h
	Plans perpendiculaires	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	**6h**

- Activités numériques et algébriques : 55h
- Activités géométriques : 65h
- Correction des devoirs de contrôle : 12h
- Correction des devoirs de maison : 3h
- Correction des devoirs de synthèse : 2h

Total : 137h

- *Cette répartition est donnée à titre indicatif et expérimental, elle est élaborée par des groupes d'enseignants de 2ème année sciences avec la collaboration de MM Jeridi Amor et Abderrahim Hedi.*

- *Consulter la répartition officielle (dans le manuel scolaire) pour voir les périodes d'exécution du programme au cours de l'année scolaire,.*

Sommaire des activités TICE

	Construction: méthode des parallèles	Ch10 -fig\Const méth des paral.ggb	Fichier GGB	134
XI- Translations (4)	Construction des images des points	Ch11-Fig\ApplicatDéfiTrans.ggb	Fichier GGB	142
	Illustration de l'image de l'ensemble de points	Ch11-Fig\ImageEnsblePts.ggb	Fichier GGB	144
	Image d'un triangle par une translation	http://www.geogebratube.org/student/m63977	Internet	146
	Effet d'une translation sur une figure	Ch11-Fig\Effet d'une translation.ggb	Fichier GGB	147
XII- Homothéties (6)	Activité d'approche de la définition	Ch12-Fig\Homothétie Activité d'approche.ggb	Fichier GGB	152
	Article: Approche d'une homothétie	http://revue.sesamath.net/spip.php?article615	Internet	152
	Conservation du contact	Ch12-Fig\CvContact.ggb	Fichier GGB	165
	Effet d'une homothétie sur une figure	Ch12-Fig\Effet d'une homothétie.ggb	Fichier GGB	165
	Tangentes communes à 2 cercles	Ch12-Fig\TgtesCommuCercles.ggb	Fichier GGB	159
	Droite et cercle d'Euler	Ch12-Fig\Drte& cer Euler.ggb	Fichier GGB	160
XIII- Rotations (5)	Images d'un segment et d'un cercle	Ch13-Fig\ImagesSegCerc.ggb	Fichier GGB	164
	Figure de l'activité 16 p 154	Ch13-Fig\Activité16p154.ggb	Fichier GGB	164
	Images de 2 droites perpendiculaires	Ch13-Fig\ImagesDrPerp.ggb	Fichier GGB	165
	Images de 2 droites parallèles	Ch13-Fig\ImagesDrParal.ggb	Fichier GGB	173
	Effet d'une rotation sur une figure	Ch13-Fig\Effet d'une rotation.ggb	Fichier GGB	174
XIV- Géométrie analytique (2)	Distance d'un point à une droite	http://youtu.be/eL6Sw3faXkE	Vidéo	186
	Distance d'un point à une droite	Ch14 -Fig\DistPointDroite.ggb	Fichier GGB	186
XV- Trigonométrie et mesure des grandeurs (4)	Lecture du sin et du cos d'un angle	Ch15 -Fig\cos et sin angle.ggb	Fichier GGB	189
	Lecture de la tan et de la cotan d'un angle	Ch15 -Fig/Tan et cotan angle.ggb	Fichier GGB	199
	Construction d'un angle de cos donné	Ch15 -Fig\cosxoy=0.8.ggb	Fichier GGB	200
	Construction d'un angle de sin donné	Ch15 -Fig\sinMON=0.35.ggb	Fichier GGB	200
XVII- Parallélisme dans l'espace	Section d'un parallélépipède	http://youtu.be/C5M6rdl3Nuk	Vidéo	204
	Section d'un parallélépipède	Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanArê.cg3	Fichier Cabri3D	215

(8)	Section d'un parallélépipède	http://youtu.be/IHAdCZ7O6lo	Vidéo	226
	Section d'un parallélépipède	Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanParalFace.cg3	Fichier Cabri3D	226
	Section d'un cylindre	http://youtu.be/ZUF1j3hN008	Vidéo	227
	Section d'un cylindre	Ch17 -Fig\SectCylPlanparalAxe.cg3	Fichier Cabri3D	227
	Section d'un cône	http://youtu.be/NL401rZaL8M	Vidéo	227
	Section d'un cône	Ch17 -Fig\SectCônePlanparalBase.cg3	Fichier Cabri3D	227
IIXX- Orthogonalité dans l'espace (23)	Définition de 2 droites orthogonales	Ch18 -Fig\Déf dr orth.cg3	Fichier Cabri3D	231
	Théorème de 3 perpendiculaires	http://youtu.be/_RK4C-1nz9o	Vidéo	237
	Théorème de 3 perpendiculaires	Ch18 -Fig\Trois perpend.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Plan médiateur: activité d'approche	http://youtu.be/cmQZGmFUxUE	Vidéo	237
	Plan médiateur: activité d'approche	Ch18 -Fig\Act appr plan médiat.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Plan médiateur: définition	http://youtu.be/79GBwuE5LW0	Vidéo	237
	Plan médiateur: Prop. caractéristique	http://youtu.be/2613Q_gWnBk	Vidéo	237
	Plan médiateur: Prop. caractéristique	Ch18 -Fig\PlanMédiatPropCaract.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Axe d'un cercle: définition	http://youtu.be/gze9EKNFhto	Vidéo	239
	Axe d'un cercle: définition	Ch18 -Fig\AxeCercleDéf.cg3	Fichier Cabri3D	239
	Axe d'un cercle: Prop. caractéristique	http://youtu.be/TV28N9eujGU	Vidéo	239
	Axe d'un cercle: Prop. Caractéristique	Ch18 -Fig\AxeCercleProprCaract.cg3	Fichier Cabri3D	239
	Problème de lieu p161 1°) a) Figure	https://www.youtube.com/watch?v=aclETH1odhw	Vidéo	244
	Problème de lieu p161 1°) a) Figure	Figure .ggb:	Fichier GGB3D	244
	Problème de lieu p161 1°) b) Trajectoire	https://www.youtube.com/watch?v=4Qspq2peqGk	Vidéo	245
	Problème de lieu p161 1°) b) Trajectoire	Trajectoire .ggb	Fichier GGB3D	245
	Problème de lieu p161 1°) c) Trajectoire	http://youtu.be/7d8fPjtq-00	Vidéo	245
	Problème de lieu p161 1°) c) Conjecture	Conjecture .ggb	Fichier GGB3D	245
	Problème de lieu p161 1°) c) Vérification	http://youtu.be/CUvGGFNCJfI	Vidéo	245
	Problème de lieu p161 1°) c) Vérification	Vérification .ggb	Fichier GGB3D	245

	Problème de lieu p161 2°) Proposition 2	Proposition 2	Fichier GGB3D	247
	Problème de lieu p161 2°) Proposition 3	Proposition 3	Fichier GGB3D	249
	Problème de lieu p161 2°) Proposition 4	Proposition 4	Fichier GGB3D	251
IXX- Statistiques (4)	Simulation: dé parfait	Ch19- Fig\Lancer d'un dé parfait.xls	Fichier Excel	263
	Simulation: pièce de monnaie	Ch19- Fig\Lancer d'une pièce de monnaie.xls	Fichier Excel	263
	Simulation: dé parfait et calcul des paramètres	http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/simulationde-lancers-dun-de-parfait/	Internet	263
	Tableur de GeoGebra	http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/le-menu-tableur-du-geogebra-version-3-2/	Internet	263

Lycée Al - Manara Gabès

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 01
Calcul dans IR

Conçu par:

AMARA Makrem **Ben GHAZEL Mériem** **MOUSSA Mounir**

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

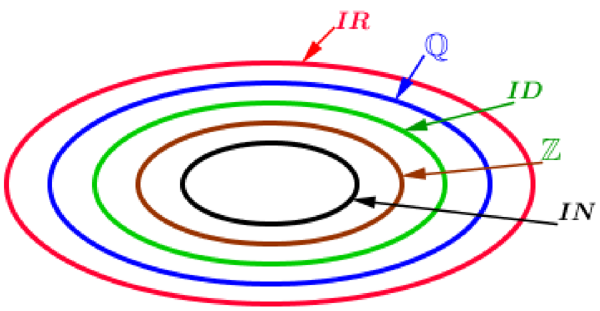
Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 01: **Calcul dans IR**	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître les ensembles des nombres - Manipuler les proportionnalités et les pourcentages

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Les ensembles des nombres	**a) Se rafraîchir la mémoire** Activité 1 page 7 Activité 2 page 7 **b) Commentaires** Saisir l'occasion de la correction de ces activités pour: • Rappeler qu'un rationnel possède une infinité d'écritures • Habituer les élèves à ne juger la nature d'un quotient (naturel, relatif, décimal….) qu'après l'avoir écrit simplifié au maximum (trouver sa forme irréductible, si j'ose dire) • Illustrer les inclusions: $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\text{ID}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$ par un schéma  • Insister sur le sens de chaque inclusion et son interprétation de point de vue nature d'un nombre (du genre: $\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ doc tout relatif est rationnel et la réciproque est fausse vue que $\mathbb{Q}\not\subset\mathbb{Z}$) • Evoquer les points: - écriture d'un décimal - écriture d'un rationnel - périodicité d'un rationnel - non périodicité d'un irrationnel **c) Activité** Activité 3 p 7	10 minutes 10 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves par des questions stimulantes à l'instauration de ces rappels • Donner un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Donner un temps de recherche

II) Proportionna-lité et Pourcentage **1) Proportionna-lité** **2) Pourcentage**	**a) Activité de rappel** Activité 8 p 8 **b) A retenir** Soit a ,b ,c et d des réels tels que b ≠ 0 et d ≠ 0 a et c sont proportionnels à b et d **si et seulement si** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \text{équivaut} \quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ **a) Activité de rappel** Activité 9 p 8 **b) A retenir** • Une grandeur **x** vaut **t%** d'une grandeur **y** **signifie** $x=\frac{t}{100}\times y$ • Augmenter une grandeur de t% c'est la multiplier par $\left(1+\frac{t}{100}\right)$. Ce facteur est appelé coefficient multiplicateur associé à l'augmentation de **t%** • Diminuer une grandeur de t% c'est la multiplier par $\left(1-\frac{t}{100}\right)$. Ce facteur est appelé coefficient multiplicateur associé à la diminution de **t%** **a) Activité d'application** Un livre coûte $6^{D}400$. Son prix a passé à $6^{D}720$. 1) Déterminer le taux d'augmentation en pourcentage: t%. 2) Montrer que $6^{D}720$ et $6^{D}400$ sont proportionnels à (1+t) et 100	5 minutes 5 minutes 5 minutes 10 minutes 5 minutes	aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Inciter les élèves à formuler ces déductions. • Donner un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	- Activités 7 p 8 - Activité 6 page 8 - Activité 10 page 9

Chapitre 01: **Calcul dans IR**	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Développer et factoriser une expression algébrique en utilisant les produits remarquables - Comparer les réels a, a^2 et $\sqrt{a}$ pour a réel positif

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	10 minutes	• Les élèves participent à la correction
III) Produits remarquables	• **Activité** Activité 11 page 9	5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
	• **A retenir** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	10 minutes	• Inciter les élèves à formuler cette liste de produits remarquables et à distinguer les formes de deux membres dans chaque cas *Insister sur le fait qu'une égalité est valable dans les deux sens d'où l'usage de ces égalités dans les factorisations et les développements
	• **Activités d'application** • Répondre par vrai ou faux. a) $\left(3-2\sqrt{5}\right)\left(3+2\sqrt{5}\right)=11$ b) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4 \quad (x\in IR^*)$ c) $(x+y)^2-4xy=(x-y)^2$ d) $(2x-1)(4x^2+2x+1)=8x^3-1$ • Activité 36 page 13	15 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
IV) Comparaison de réels -Encadrements **1) Comparaison de réels**	a) **Activité** Activité 15 page 9 (Questions: 1), 2), 3) et 4)) b) **A retenir** Soit a un réel strictement positif	15 minu	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité

• **Comparaison de a, a² et $\sqrt{a}$**	$Si\ \ 0 \le a \le 1\ \ alors\ \ a^2 \le a \le \sqrt{a}$ $Si\ \ a \ge 1\ \ alors\ \ \sqrt{a} \le a \le a^2$	tes	a) ci-dessus.

Travail à la maison	- Activité 38 page 13 - Activité 15 page 9 (Questions: 5) et 6)) - Activité 17 page 10

Chapitre 01: Calcul dans IR	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Comparer des réels - Encadrer une somme ou un produit de réels.
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Activité 38 page 13 - Activité 15 page 9 (Questions: 5) et 6))	10 minutes	• Les élèves participent à la correction
• **Comparaison de a et $\frac{1}{a}$ $(a>0)$**	**a) Activité** Activité 17 page 10 (travail à la maison) **b) A retenir** Soit a un réel strictement positif $Si\ a\geq 1\quad alors\quad a\geq\frac{1}{a}$ $Si\ 0<a<1\quad alors\quad a<\frac{1}{a}$ - **c) Activité d'application** Activité18 page 10	5 minutes 5 minutes 5 minutes	• Inciter les élèves à formuler ces règles et à • Accorder un temps de recherche aux élèves
2) Encadrement de réels	**a) Activité** Activités 19 et 20 page 10 **b) A retenir** • Encadrer un réel x, c'est trouver deux réels a et b tels que: $a\leq x\leq b$ • Soit a et b deux réels quelconques * $c\in IR,\quad a\leq b\quad signifie\quad a+c\leq b+c$ * $c>0,\quad a\leq b\quad signifie\quad a.c\leq b.c$ * $c<0,\quad a\leq b\quad signifie\quad a.c\geq b.c$ • Soit a, b, c et d quatre réels quelconques $\left.\begin{array}{l} a\leq b \\ c\leq d\end{array}\right\} alors\quad a+c\leq b+d$ • Soit a, b, c et d quatre réels positifs	30 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats

	$\left.\begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array}\right\}$ *alors* $a.c \leq b.d$		

Travail à la maison	- Activité 21 page 11 - Soit x et y deux réel tels que: $-1 \leq x \leq 3$ et $\sqrt{2} \leq y \leq 4$ Encadrer $5x-2$, $\sqrt{2} \leq y \leq 4$, x^2 et y^2

Chapitre 01: Calcul dans IR	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Mettre en œuvre les règles de calcul sur les radicaux - Rappeler les propriétés essentielles de la valeur absolue d'un réel
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	20 minutes	• Les élèves participent à la correction
V) Les radicaux	**a) Activité** Activité 27 page 12	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir Pour tous réels positifs a et b, on a: $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad \sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b} \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$ $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right) = a-b$ On dit que: $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ *et* $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$ sont conjugués	10 minutes	• Inciter les élèves à formuler ces règles et à
	c) Activité d'application Activité 33 page 13	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
VI) Valeur absolue	**a) Activité** Activité 41 page 14	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir • Pour tout réel x, $\lvert x\rvert = \begin{cases} x & si \ x \geq 0 \\ -x & si \ x \leq 0 \end{cases}$ deux réels a et b tels que: $a \leq x \leq b$ • Soit a un réel positif $\lvert x\rvert = a \quad signifie \quad x = a \quad ou \quad x = -a$ • Soit a et b deux réels quelconques	10 minutes	• Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats

	$\lvert a\rvert = \lvert b\rvert$ *signifie* $a = b$ *ou* $a = -b$		

Travail à la maison	- Activité 28 page 12 - Activité 42 page 14

Chapitre 01: Calcul dans IR	Séance n° : 5	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Rappeler les propriétés essentielles de la valeur absolue d'un réel (suite) - Donner une valeur approchée les nombre - Donner un arrondi d'un nombre - Donner l'ordre de grandeur d'un nombre

Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td>Correction de l'activité 28 page 12
(travail à la maison)</td><td>5 minutes</td><td>• Les élèves participent à la correction</td></tr>
<tr><td>VI) Valeur absolue (suite)</td><td>

c) **Activité**

Activité 42 page 14 (Travail demandé)

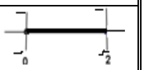
d) **A retenir**

Pour tous réel positif a et tout réel x, on a:

$$|x| \leq a \quad signifie \quad -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \quad signifie \quad \begin{cases} x \geq a \\ ou \\ x \leq -a \end{cases}$$

e) **Activité d'application**

<table>
<tr><td>En terme d'inter valle</td><td>$x \in]-1,3[$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>En terme de valeur absolue</td><td></td><td>$|x+3| \leq 1$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>En terme d'encad-rement</td><td></td><td></td><td>$\frac{1}{2} \leq x \leq 2$</td><td></td></tr>
<tr><td>En terme graphique</td><td></td><td></td><td></td><td>
</td></tr>
</table>

</td><td>5 minutes

5 minutes

10 minutes</td><td>• Inciter les élèves à formuler ces règles et à

• Accorder un temps de recherche aux élèves</td></tr>
<tr><td>VII) - Ordre de grandeur - Valeur approchée - Arrondi</td><td>

a) **Activité**

Activité 44 page 15

b) **A retenir**

- Pour trouver l'arrondi d'un nombre à un rang donné : on conserve la partie de l'écriture

</td><td>5 minutes</td><td>• Accorder un temps de recherche aux élèves</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>1) Valeur approchée - Arrondi

2) Ecriture scientifique et ordre de grandeur</td>
<td>décimale de ce nombre jusqu'au rang indiqué :
• Si le chiffre suivant est inférieur ou égal à 4 alors l'arrondi est le nombre obtenu. (la partie conservée)
• Si non on ajoute 1 au dernier chiffre conservé (l'arrondi est la partie conservée après avoir augmenté son dernier chiffre de 1)

Exemples: soit x= 2.5173
l'arrondi de x à 10^{-2} est 2.51 $(1 \leq 4)$
l'arrondi de x à 10^{-3} est 2.518 (7>4)

• Soit n un entier.
▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée ou une approximation du réel x à 10^{n} prés si et seulement si $|x-a| \leq 10^{n}$.
▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée par défaut du réel x à 10n prés si et seulement si $a \leq x \leq a+10^{n}$.
▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée par excès du réel x à 10n prés signifie que . $a-10^{n} \leq x \leq a$

c) Activité d'application
Activité 45 page 15

a) Activité
Activité 47 page 15

b) A retenir
• Toute écriture de la forme $a \times 10^{n}$ où n est un entier et a est un décimal ayant un seul Chiffre non nul avant la virgule s'appelle notation scientifique

• Si $a \times 10^{n}$ est l'écriture scientifique d'un nombre, alors l'ordre de grandeur de ce nombre est $b \times 10^{n}$ où b est l'arrondi de a à l'unité

c) Activité d'application
Donner l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur de chacun des réels suivants:
a) 0.00813 b) 53.4052 c) $\frac{2013}{2014}$</td>
<td>10 minutes

5 minutes

10 minutes</td>
<td>• Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats

(à titre indicatif : si le temps le permet)

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats

(à titre indicatif : si le temps le permet)</td>
</tr>
</table>

Travail à la maison	Proposer des exercices intégratifs (A titre indicatif, on vous propose la série jointe)

Calcul dans IR

Exercice 1

1) Soit $A=\sqrt{7+2\sqrt{5}}+\sqrt{7-2\sqrt{5}}$
   a) Calculer A^2
   b) En déduire A
2) On pose $B=\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
   a) justifier que $B<0$
   b) Calculer B^2 . En déduire B

Exercice 2:

Soit A = $\sqrt{88-18\sqrt{7}}-\sqrt{71-16\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{3}+2}-\frac{1}{\sqrt{2}-2}$

1) Calculer $(8-\sqrt{7})^2$.
2) Ecrire à l'aide d'un seul radical $\sqrt{88-18\sqrt{7}}$.
3) Montrer que A est un entier naturel.

Exercice 3 :

I) On pose $A(x)=(x-2)^3-(2x-4)(x+2)$; $B(x)=(-x+1)^2-4x^2+12x-9$
   1) Développer A(x) et B(x) puis simplifier A(x) –B(x)
   2) Factoriser A(x) , B(x) et A(x)-B(x)

II) Soient x et y deux réels vérifiant $-1\leq x\leq 4$ et $2\leq y\leq 3$

Simplifier $E=|x^2+y-2|-|-2x+5y|$

Exercice 4:

On pose $A=(5x+3)(3-10x)-(5x+3)^2+2(5x+3)(5x-1)$

1) Développer et réduire A.
2) Montrer que : $A=-(5x+3)(2+5x)$.
3) Développer et simplifier

$B=(4x^2+3)^2(4-2x)-(4x+1)(4x^2+2x)^2$ et $C=8(3x-2)^3-(12x+1)(6x+1)^2$.

Exercice 5:

Soit $x\in IR$ tel que $-2<x+1<-1$

1) Déterminer un encadrement de x. En déduire que $x\neq 2$
2) Encadrer les réels $y=\frac{1}{4-2x}$ et $z=1-4x^2$
3) En déduire un encadrement de l'expression A donnée par : $A=\frac{1-4x^2}{2x-4}$
4) Soit $x\in]3,5[$ .Encadrer $\frac{1}{2(x-1)}$

Exercice 6:

1) Soit $A=(x-2)^3+3x(x-2)$
   a) Développer puis réduire A
   b) Factoriser A
2) Soit $B=|2x-6|+|3-x|$. Simplifier B sachant que : $1\leq x\leq 3$

Exercice 7:

1) Soit $A=(x-2)^3+3x(x-2)$
   a) Développer puis réduire A
   b) Factoriser A

2)Soit $B=|2x-6|+|3-x|$. Simplifier B sachant que : $1\leq x\leq 3$

Exercice 8 :

Soit $p\in IR_+$. Montrer que $\sqrt{p+1}-\sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1}+\sqrt{p}$

Calculer : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}$

Chapitre 01: Calcul dans IR	Séance n° : 6	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Mettre en œuvre les connaissances et le savoir-faire acquis pour résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente **Remarque:** • Cette leçon sera consultée durant toute l'année scolaire, on peut y faire référence chaque fois qu'on se sent obligé de rappeler l'une de notions déjà rencontrées	55 minutes	. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Lycée Pilote Gabès

Niveau: Deuxième année Sciences et Technologie de l'informatique

Chapitre: 02

Equations du 1^{er} et du $2^{ème}$ degré

Conçu par:

Ben LTAIEF Souileh HAFNAOUI Seifallah ZRIG Nabil

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 02: Problèmes du premier degré et problèmes du second degré	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Rappel problèmes du premier degré - Equations & inéquations faisant appel à des valeurs absolues

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Rappel **3) Définitions et vocabulaire :**	**a) Activité 3 P17** **b) Définition 1** Toute égalité qui se ramène à la forme ax+b=0 où a et b sont deux réels donnés et x est une inconnue est appelée équation du premier degré à une inconnue. **Vocabulaire:** • Si on remplace l'inconnue par une valeur particulière, on obtiendra: • soit une égalité vraie: dans ce cas, on dit que cette valeur vérifie l'équation ou que c'est une solution de l'équation - soit une égalité fausse: dans ce cas, on dit que cette valeur ne vérifie pas l'équation ou qu'elle n'est pas une solution de l'équation • Résoudre une équation revient à déterminer l'ensemble de toutes ses solutions **c) Définition 2** Toute inégalité qui se ramène à la forme ax+b≥0 ou ax+b>0 où a et b sont deux réels donnés et x est une inconnue est appelée inéquation du premier degré à une inconnue. **Vocabulaire:** • Si on remplace l'inconnue par une valeur particulière, on obtiendra: - soit une inégalité vraie: dans ce cas, on dit que cette valeur vérifie l'inéquation ou que c'est une solution de l'inéquation - soit une inégalité fausse: dans ce cas, on dit que cette valeur ne vérifie pas l'inéquation ou qu'elle n'est pas une solution	5 minutes 10 minutes	Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves

	de l'inéquation • Résoudre une inéquation revient à déterminer l'ensemble de toutes ses solutions **d) Activité d'application** Résoudre dans IR chacune des équations et inéquations suivantes:	10 minutes	• Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage. Généralement ils appliquent des mécanismes (algorithmes) sans savoir leurs justifications: les sensibiliser à la nécessité de se justifier avant de faire quoi que ce soit. • Réviser le nécessaire à savoir sur les intervalles, leur réunion et leur intersection à travers les ensembles de solutions
4) Equations & inéquations faisant appel à des valeurs absolues	**Activité** Résoudre dans IR $* \vert 2x+5\vert = \vert -3x+2\vert$ $** \ \vert 3x+2\vert + \vert 5x-1\vert = 4$ $*** \vert 2x-1\vert + \vert x+2\vert = x-1$ $**** \vert 2x+1\vert \leq \vert x-2\vert$ $**** -2x+\vert x-1\vert \geq -1$	30 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche • Saisir l'occasion pour rappeler la règle qui justifie chaque passage (Il est préférable que ces règles proviennent des élèves). • S'attarder sur l'exemple qui évoque le problème de sens (les conditions) • Dans le cas de défaut du temps, charger les élèves de continuer le travail à la maison

Travail à la maison	-Résoudre dans IR :* $\vert 3x-1\vert = 3x-1$ $** \vert x^2-2x\vert - \vert x-2\vert = \frac{1}{3}\vert 2-x\vert$ $*** \vert (x+2)(x^2+\sqrt{2})\vert + \sqrt{\left(\frac{3}{2}x+3\right)^2} = 0$ $**** \vert 3x-\pi\vert \leq \pi$ $****$ $\vert 2x+3\vert + \vert x-1\vert \geq 0$ $**** \vert x^2-25\vert + \vert x+5\vert > 0$

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Equations & inéquations renfermant l'inconnue aux dénominateurs.

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction
5) Equations et inéquations renfermant l'inconnue aux dénominateurs :	**a) Activité 9 P19** **b) Activité** Résoudre dans IR : a) $\frac{2x+1}{x-1}=\frac{4}{3}$ b) $\frac{1-x}{3-2x}=\frac{2+x}{2x-4}$ c) $\frac{12}{x^2-9}=\frac{x+3}{x-3}-\frac{x-3}{x+3}$ d) $\frac{x^2-4x+1}{2x^2+3}=\frac{1}{2}$ e) $\frac{2x+1}{\|x-1\|-2}=\frac{4}{3}$	15 minutes 25 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage. • On traite le problème d'existence • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage.

Travail à la maison	- Exercice 2 P27

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Equations & inéquations irrationnelles

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices	15 minutes	S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
6) Equations et inéquations irrationnelles	**a) Activité 10 P19** **b) Activité 11 P20** **c) Activité** Résoudre dans IR * $-2x+\sqrt{x+1}=-1$ ** $\sqrt{2x+1}\le\sqrt{x-2}$ *** $\sqrt{-2x+5}\le 3x-1$ ***** $\sqrt{3x+2}>4x$	30 minutes 10 minutes	• Accorder 10 minutes de réflexion pour chaque activité. • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage. • Si le temps vous fait défaut, proposer le 3ème exemple comme travail à la maison

Travail à la maison	-Exercices 3 et 4 P27 - Série Annexe 1

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Exemples des problèmes du premier degré

Supports pédagogiques	-

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 3 et 4 P27	15 minutes	• S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
7) Problèmes du premier degré	Correction de la série Annexe 1	40 minutes	• S'assurer que les élèves maîtrisent le démarche scientifique de la résolution des problèmes

Travail à la maison	Indiquer dans chacune des équations suivantes le plus grand exposant de l'inconnue x: i) $3x-5=0$ ii) $-\frac{2}{3}+x=0$ iii) $5x+2x^2-5=0$ vi) $\sqrt{3}x^2+x=0$ v) $0x^2-4=0$

Chapitre 02: Problèmes du premier degré et problèmes du second degré	Séance n° : 5	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- problèmes du second degré - Définition d'une équation du second degré - Forme canonique

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
II) Equations et inéquations du second degré **1) Définition :**	**a) Activité d'approche (correction)** Indiquer dans chacune des équations suivantes le plus grand exposant de l'inconnue x: $\text{i)}\,3x-5=0 \quad \text{ii)}\,-\frac{2}{3}+x=0 \quad \text{iii)}\,5x+2x^2-5=0$ $\text{vi)}\,\sqrt{3}x^2+x=0 \quad \text{v)}\,0x^2-4=0$ **b) Enoncé de la définition** Toute égalité qui se ramène à la forme $ax^2+bx+c=0$ où a, b et c sont des réels donnés (avec a≠0) et x est une inconnue est appelée équation du second degré à une inconnue.	15 minutes	Inciter Les élèves à énoncer la définition.
2) Forme canonique d'un trinôme du second degré	**a) Activité1** Pour chacune des équations suivantes, dire si elle est du second degré puis déterminer –lorsque c'est possible- son ensemble de solutions: $\text{i)}\,(3x-5)(4+x)=0 \quad \text{ii)}\,(-\frac{2}{3}+x)^2=1$ $\text{iii)}\,5x+2x^2-5=0 \quad \text{vi)}\,\sqrt{3}x^2+x=0$ $\text{v)}\,x^2-4=3x$ **b) Activité 14 p 20** **c) Définition :** *) Le réel b^2-4ac est appelé le discriminant du trinôme ax^2+bx+c et on le note:**Δ**. *) L'écriture $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$ est appelée la forme canonique du trinôme ax^2+bx+c.	10 minutes 30 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche • On évoque le problème d'existence

	d) Activité d'application Donner les formes canoniques de: • $7x^2-2x+1$ • $-2x^2+3x-5$		

Travail à la maison	-Exercice 5 P27

Chapitre 02: Problèmes du premier degré et problèmes du second degré	Séance n° : 6	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résolution d'une équation du second degré
Supports pédagogiques	- Fichier géogébra Méthode géométrique d'ALKHAWARIZMI

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 5 P27	10 minutes	
3) Résolution d'une équation du second degré :	**a) Méthode géométrique d'Alkhawarizmi : (Activité 15 P 21)** **b) Activité 18 P 22** **c) Activité** Essayez de résoudre les équations de l'activité 1 du paragraphe:2) **Forme canonique** qu' il ne vous était pas possible de résoudre **d) Théorème** Pour résoudre l'équation $ax^2+bx+c=0$ on calcule le discriminant $\Delta=b^2-4ac$ * si $\Delta<0$ alors l'équation n'admet pas des solutions. * si $\Delta=0$ alors l'équation admettra une seule solution $S_{IR}=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$ * si $\Delta>0$ alors l'équation admettra deux	10 minutes 15 minutes 5 minutes	On s'aidera du fichier GeoGebra on explique la méthode d'Alkhawarizmi pour déterminer les solutions positives d'une équation du second degré

	solutions $S_{IR}=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a},\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$ **e) Activité 19 P 22**	15minutes	

Travail à la maison	- Exercices 8 P 27

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 7	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Discriminant réduit - Somme et produit des racines

Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td>Correction de l'exercice 8 P 27

f) Discriminant réduit
i) Activité 20 P 22

ii) Point de Méthode
Pour résoudre l'équation:
$ax^2 + bx + c = 0$ et si $b = 2b'$ avec b' ∈ IN on peut, au lieu de calculer le discriminant Δ , calculer le discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$
* si $\Delta' < 0$ alors l'équation n'admettra pas des solutions.
* si $\Delta' = 0$ alors l'équation admettra une seule solution $S_{IR} = \left\{\frac{-b'}{a}\right\}$
* si $\Delta' > 0$ alors l'équation admettra deux solutions $S_{IR} = \left\{\frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}, \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}\right\}$

iii) Exemple d'application
Résoudre dans IR: $5x^2 - 16x + 3 = 0$</td><td>10 minutes

10 minutes

10 minutes</td><td></td></tr>
<tr><td>4) Somme et produit des racines</td><td>a) Activité 22 P 22

b) Théorème:
Lorsque l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 alors on a:
$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ et $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$

c) Conséquences
* Si a+b+c=0 signifie 1 est une racine</td><td>15 minutes</td><td></td></tr>
</table>

	de $ax^2+bx+c=0$, l'autre racine est $\frac{c}{a}$ * Si a-b+c=0 **signifie** -1 est une racine de $ax^2+bx+c=0$, l'autre racine est $-\frac{c}{a}$ **d) Activités d'application 24 et 25 P 23**	10 minutes	
Travail à la maison	• Soit l'équation: $ax^2+bx+c=0$ **(I)**. Montrer que: 1°) Si a=1 et $\Delta > 0$ alors cette équation est équivalente à $x^2-S.x+P=0$ **(II)** où S et P sont respectivement la somme et le produit des solutions de l'équation **(I)** 2°) La résolution du système: $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}$ Revient à celle de l'équation **(II)** ci-dessus 3°) Vérifier que si (a,b) est une solution du système ci-dessus alors le couple (b,a) l'est aussi (Pour cela ce système est dit système symétrique) • Exemples a) et d) de l'exercice 10 p 27 • Exercice 9 P27		

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	**Séance n° : 8**	**Durée : 1 h**

Aptitudes à développer	- Factorisation d'un trinôme du second degré - Exemples d'équations dont la résolution se ramène à celle d'une équation du second degré

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	**Démarche**	**Durée**	**Commentaire**
	Correction du travail demandé	25 minutes	
5°) Factorisation d'un trinôme du second degré	**a) Activité 29 P 24** **b) Théorème :** Si x_1 et x_2 sont les deux racines du trinôme ax^2+bx+c alors $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$	15 minutes	Inviter les élèves à formuler le résultat à retenir de l'activité
6°) Exemples d'équations dont la résolution se ramène à celle d'une équation du second degré	**a) Quelques exemples de l'activité 27 P 23** **b) Quelques exemples de l'exercice 4 P 33**	15 minutes	Diversifier les exemples choisis

Travail à domicile	--Exercices 12 P 28 et 3 P 33

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 9	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Inéquations du second degré

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 12 P 28 et 3 P 33	15 minutes	
III) Inéquation du second degré **1°) Définition**	**a) Enoncé de la définition:** Toute inégalité qui se ramène à la forme $ax^2+bx+c>0$ ou $ax^2+bx+c\geq 0$ où a, b et c sont des réels donnés (avec $a\neq 0$) et x est une inconnue réelle est appelée inéquation du second degré à une inconnue **b) Exemples** Ecrire des exemples qui émanent des élèves	10 minutes	• Inciter les élèves à formuler la définition
2°) Signe d'un trinôme du second degré	**a) Activité 30 P 24** **b) Théorème** Le signe d'un trinôme dépend de ceux de: • son discriminant • du coefficient de son monôme de degré2 • Si $\Delta>0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de –a à l'intérieur. $\Delta > 0$ $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & x_1 & & x_2 & & +\infty \\ \hline ax^2+bx+c & & signe\ de\ a & 0 & signe\ de\ (-a) & 0 & signe\ de\ a & \end{array}$ • Si $\Delta= 0$, le trinôme est soit nul, soit du signe de a. $\Delta = 0$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & x_1 = x_2 & & +\infty \\ \hline ax^2+bx+c & & signe\ de\ a & 0 & signe\ de\ a & \end{array}$	15 minutes 15 minutes	• Inviter les élèves à proposer des exemples d'inéquations du second degré à une inconnue • Se limiter aux questions 1) et 3) • Accorder un temps de recherche aux élèves • Aider les

	• Si $\Delta< 0$, le trinôme est toujours du signe de a. $\boldsymbol{\Delta < 0}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ $+\infty$</td></tr><tr><td>ax^2+bx+c</td><td>$signe\ de\ a$</td></tr></table>		Elèves à établir les tableaux des signes

Travail à domicile	- Activité 37 P 26 - Exercice 7 P 33 - Série Annexe 2

Chapitre 02: **Problèmes du premier degré et problèmes du second degré**	Séance n° : 10	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Adopter une démarche pour la résolution d'un problème du second degré

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 7 P33, 37 P 26	20 minutes	• S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
IV) Exemples de problèmes du second degré	Correction de la série Annexe 2	35 minutes	• Initier les élèves à maîtriser une démarche pour la résolution des problèmes

Travail à domicile	- -

Annexe 1

EXERCICE 1

x est un réel tel que $x \in \left]\frac{1}{3}, +\infty\right[$ et ABC un triangle tel que : $AB = 3x - 1$, $AC = 2$ et $BC = \sqrt{13}$.

1) Déterminer x pour que ABC soit isocèle de sommet principal A.
2) Déterminer x pour que ABC soit rectangle en A.

EXERCICE 2

A la fin de l'année, le comité culturel d'un lycée a organisé un voyage par bus. En faisant monter:

- 40 élèves par bus, 11 n'ont pas des places.
- 43 élèves par bus, il reste une place vide dans un bus.

1) De combien de bus doit-on disposer au minimum ?
2) Déterminer le nombre d'élèves.

EXERCICE 3

Trouver trois entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 5.

EXERCICE 4

On considère un triangle OED tel que $EO = 4$; $ED = 6$ et $OD = 9$. Soit J un point de [EO], la parallèle à (OD) passant par J coupe [ED] en U. Déterminer la position de J sur [OE] pour que le triangle JEU ait le même périmètre que le trapèze JUDO

EXERCICE 5

Un arbre de 10 m de haut et un poteau de 2 m de haut sont situés l'un en face de l'autre sur les rives d'un fleuve large de 30 m ; Un oiseau est perché sur l'arbre et un autre sur le poteau. Brusquement, entre l'arbre et le poteau, aperçoivent un poisson sur la surface de l'eau. Ils se jettent alors simultanément sur lui en volant à la même vitesse et l'atteignent au même instant. A quelle distance du pied de l'arbre se trouve le poisson ?

Annexe 2

EXERCICE 1

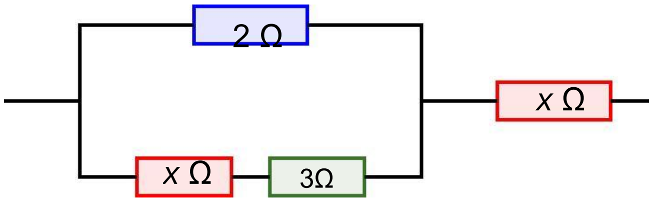
n joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit *n* euros de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 euros. Combien y a-t-il de joueurs ?

EXERCICE 2

Trouver deux entiers consécutifs dont le produit est égal à 4970.

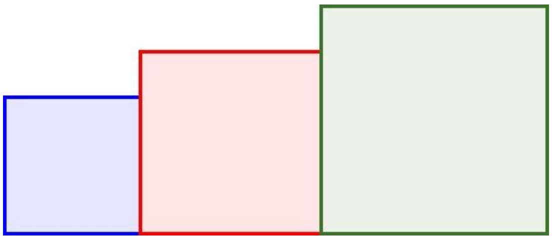
EXERCICE 3

Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous.
Déterminer la valeur de la résistance *x* pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de 4,5 Ω.



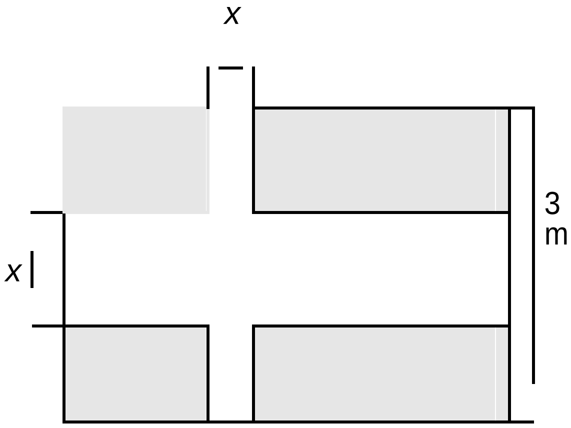
EXERCICE 4

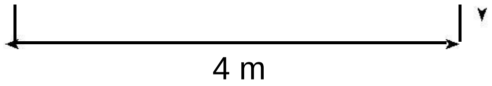
Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15125 ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec 15127.



EXERCICE 5

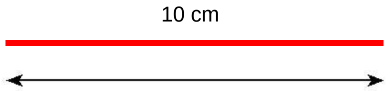
Quelle largeur doit-on donner à la croix
pour que son aire soit égale à l'aire restant
du drapeau ?

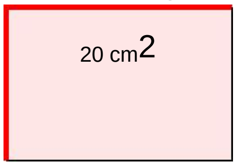




EXERCICE 6

a) On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les deux côté consécutifs d'un rectangle de surface 20 cm^2 ?





b) Même question : où briser la baguette pour avoir un rectangle de 40 cm^2 ?

EXERCICE 7

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distante de 195 km, deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur le parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses moyennes des deux cyclistes ?

EXERCICE 8

L'aire d'un triangle rectangle est de 429 m^2, et l'hypoténuse a pour longueur h = 72,5 m. Trouver le périmètre.

EXERCICE 9

A une station service, on achète de l'essence pour 80 Dinars. On s'aperçoit qu'à une autre station le prix du litre est inférieur de 100 Millimes. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel est le prix de l'essence à la première station et combien de litres en avait-on pris ?

Lycée Farhat Hached Gabès

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 03
Notion de polynômes

Conçu par:

BOUBAKER Hassen

NFOUSSI Zeineb

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 03: Notion de polynômes	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître une fonction polynôme - Effectuer des opérations sur les polynômes
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Notion de fonction	**a) Activité d'approche** Activité 2 p 38	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves
	b) Définition Soit E une partie non vide de IR. Lorsque à tout réel x de E, on associe au plus un réel y: on dit qu'on a défini une fonction de E vers iR.	15 minutes	• Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves
	c) Notation et vocabulaire • Si on désigne par f cette fonction, on notera: $f: E \rightarrow IR$ $x \mapsto y = f(x)$ • f(x) se lit : f de x ou l'image de x par f • L'ensemble D des réels x de E pour lesquels f(x) existe est appelé: ensemble de définition de f et on le notera: D_f • Si f(x) =y, on dira que y est l'image de x par f et que x est un antécédent de y		
	d) Activité d'application On choisira quelques exemples de **l'activité 3 p 39** et on la complétera par une question de recherche d'image et une autre pour la recherche d'antécédents	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
VI) Notion de fonction polynôme	**a) Activité d'approche** Les fonctions f et h sont appelées des fonctions polynômes, par contre g et k ne sont pas des fonctions polynômes. Vous est-il possible de définir ce qui est une fonction polynôme ?	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
	b) Définition et vocabulaire • Soient $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ et a_n des réels. La fonction f définie sur IR par:		• Il est souhaitable

	$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$ est appelée fonction polynôme. • Les réels: a_n, a_{n-1}, ... , a_1 et a_0 sont appelés les coefficients de la fonction polynôme. • Si $a_n \neq 0$, n est appelé le degré du polynôme f. On écrit: deg(f)=n • Si tous les coefficients sont nuls, le polynôme est dit nul. On convient que le polynôme nul n'a pas de degré. **c) Activité d'application** Activité 5 p 39. On la complétera par une question sur la valeur du degré. **Attention:** Certaines fonctions ressemblent à des polynômes mais elles ne le sont pas : • f(x) = $x^2+\frac{3}{x}+5$ car $\frac{3}{x}=3.x^{-1}$ et -1 $\notin$ IN • f(x)= $x^2+\sqrt{x}+5$ car $\sqrt{x}$ n'est pas de la forme x^n avec $n \in IN$ • f(x)=$\frac{3x^2-x}{x}$ pour x≠0, Df = IR* ≠ IR	15 minutes 5 minutes 5 minutes	que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Donner un temps de recherche aux élèves
VII) Egalité de deux fonctions polynômes	**a) Activité d'approche** Activité 7 p 40 **b) Définition et vocabulaire** Deux polynômes sont égaux si et seulement si ils ont le même degré **et** si les coefficients de leurs monômes semblables (de même degré) sont égaux **c) Activité d'application** soit P(x) = $2x^3$ - $7x^2$ + 4x + 4. Déterminer les réels a, b et c tel que pour tout réel x, P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c).	10 minutes 5 minutes 5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de formuler l'ajout acquis suite à chaque activité • Donner un temps de recherche aux élèves
IV) Opérations sur les fonctions polynômes	**a) Activité d'approche** Activité 9 p 41 **b) Définitions** Soit f et g deux polynômes et α un réel. ▪ On appelle somme de f et g le polynôme noté f + g et défini par: pour tout	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves

	réel x, (f + g) (x) = f(x) + g(x). ▪ On appelle produit du polynôme f par le réel α le polynôme noté αf et défini par : pour tout réel x, (α f) (x)= α f(x). ▪ On appelle produit des polynômes noté f g et défini par: pour tout x, (f. g) (x) = f(x).g(x)	10 minutes	
	c) Activité d'application Activité 10 p 42 : on pourra se contenter d'un exemple	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
V) Racine d'un polynôme - Factorisation d'un polynôme **1) Racine d'un Polynôme**	**a) Définition** On dit qu'un réel α est une racine ou un zéro d'un polynôme f si f(α) = 0.	5 minutes	
	a) Activité d'application Activité 12 p 42 : on pourra se contenter d'un exemple (ou deux)	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	- Exercices 5 et 6 p 47 - Activité 15 p 43

Chapitre 03:	Notion de polynômes	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- factoriser un polynôme - Reconnaître une fonction rationnelle

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 5 et 6 p 47 (travail à la maison) (L'activité 15 p 43 sera corrigée au cours de la séance)	10 minutes	Les élèves participent à la correction
3) Factorisation d'un polynôme	• **Définition** Soit P et Q deux polynômes. On dit que le polynôme P est factorisable par le polynôme Q s'il existe un polynôme R tel que pour tout réel x on a: $P(x) = Q(x).\ R(x)$	5 minutes	
	• **Activité** Activité 15 p 43	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
	• **Théorème** Soit f un polynôme de degré n • Pour $n \geq 1$, si α est une racine de f alors f est factorisable par $(x - \alpha)$ (Il existe un polynôme g de degré (n-1) tel que: $f(x) = (x- \alpha)\ g(x)$). • Pour $n \geq 2$, si α et β sont des racines de f alors f est factorisable par $(x -\alpha)(x -\beta)$ (Il existe un polynôme g de degré $(n - 2)$ tel que : $f(x) = (x - \alpha)\ (x - \beta)\ g(x)$). • Plus généralement: Soit f un polynôme de degré n ($n \geq 3$) On admet que si $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ et α_k (avec $k \leq n$) sont des racines de f alors:f est factorisable par $(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)\ldots(x-\alpha_k)$. (Il existe un polynôme g de degré $(n - k)$ tel que: $f(x)=(x - \alpha_1)\ (x - \alpha_2)\ (x - \alpha_3)\ \ldots(x - \alpha_k)\ g(x)$)	10 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces règles de l'activité b) de ce paragraphe.
	• **Activité d'application** Activité 18 p 44	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

VI) Fonctions rationnelles	**a) Activité d'approche** Activité 24 p 46 **b) Définition** Soit f et g deux fonctions polynômes. La fonction : $\begin{array}{l} h : IR \rightarrow IR \\ x \mapsto \dfrac{f(x)}{g(x)} \end{array}$ est appelée fonction rationnelle.	5 minutes 5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison	**Activité 12 p 48** **Exercice** 1 On donne le polynôme : $P(x)=2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 5x - 3$ 1/ Vérifier que 1 et -3 sont deux racines du P 2/Factoriser alors P(x) 3/Résoudre dans IR l'inéquation: $P(x) \leq 0$ **Exercice** 2 Résoudre dans IR l'équation: $4x^4 + 12x^3 - 5x^2 - 3x + 1= 0$ sachant qu'elle admet deux racines opposées **Exercice 3** Soit les polynômes P et Q définie par $P(x)= 2x^3-3x^2-5x+6$ et $Q(x)= x^4-x^2-3$ 1/ a/ Vérifier que 1 est une racine de P b/ factoriser P(x) c/ Résoudre dans IR, P(x)>0 2/a/ Vérifier que Q(x) est factorisable par (x-1) b/ factoriser Q(x) 3/ on pose f(x) = P(x) +Q(x) a/ Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x^3 + 3x^2 - x - 3)$ b/ Montre que (-1) est une racine de f c/ Résoudre dans IR, f(x)=0 4/ soit $g(x) = \dfrac{f(x)}{P(x)}$ a/ déterminer l'ensemble de définition de g b/ Simplifier g(x) c/ Résoudre dans IR, g(x)≥0

Chapitre 03: Notion de polynômes	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Lycée Ibnou Al-Haythem Ghannouch

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 04
Arithmétique

Conçu par:

HAJJAJ Saber GHAIEB Adel ROMDHANE Fadhel

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 04: **Arithmétique**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître une division euclidienne - Reconnaître et mettre en œuvre les propriétés de la divisibilité

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Division euclidienne	**a) Activité de rappel** Activité 1 p 55 (Pour démarrer)	5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
	b) Définition soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul. Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver l'unique couple d'entiers naturels (q , r) tel que : **a = b.q + r avec** $0 \le r < b$ q est le quotient ; r est le reste	5 minutes	• Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves
	c) Activité d'application Le quotient d'une division euclidienne est 8 et le reste vaut 5. Si l'on ajoute 43 au dividende le quotient devient 10 et le reste 4. Déterminer le diviseur et le dividende.	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
II) Diviseurs et multiples d'un entier naturel **1) Définition**	**a) Enoncé de la définition** Un entier naturel non nul b est un diviseur d'un entier naturel a si et seulement si le reste dans une division euclidienne de a par b est nul. on dit aussi que: • a est un multiple de b • ou a est divisible par b • ou b divise a et on note: b|a	5 minutes	• Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves
	b) Activité d'application Montrer que la somme de 5 entiers naturels consécutifs est divisible par 5.	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
2) Propriétés	**a) Activité** a, b et c sont des entiers naturels. Montrer que: 1) Si a divise b et b divise a, alors a et b sont égaux 2) Si a divise b et b divise c, alors a divise c	15 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves

	3) si c divise a et b alors c divise a+b et c divise a.b 4) Si c divise a et b, alors c divise toute combinaison linéaire de a et b (c'est-à-dire tout nombre de la forme au + bv où u et v sont deux entiers relatifs) **b) A retenir** a, b et c sont des entiers naturels. Montrer que: 1) Si a divise b et b divise a, alors a et b sont égaux 2) Si a divise b et b divise c, alors a divise c 3) Si c divise a et b alors c divise a+b et c divise a.b 4) Si c divise a et b, alors c divise toute combinaison linéaire de a et b **c) Activité d'application** a) Montrer que $\frac{4n+10}{n+1}=4+\frac{6}{n+1}$ b) En deduire les entiers naturels n pour lesquels $\frac{4n+10}{n+1}$ soit un entier naturel	10 minutes	• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions. • Si le temps ne permet pas sa recherche en classe, cette activité sera proposée comme un travail à la maison

Travail à la maison	- Exercice 3 p 62 - Exercice a) Montrer que $\frac{4n+10}{n+1}=4+\frac{6}{n+1}$ b) En deduire les entiers naturels n pour lesquels $\frac{4n+10}{n+1}$ soit un entier naturel

Chapitre 04: **Arithmétique**	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître si un entier naturel est divisible par 2, 4, 5 et 25 - Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 2, 4, 5 et 25
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser les Solutions proposées par les élèves lors de la correction
III) Critères de divisibilité **1) Par 2 et par 5**	**a) Activité** Activité 4 p 56	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir • Un entier naturel est divisible par 2 (respectivement par 5) si et seulement si son chiffre d'unités est divisible par 2 (respectivement par 5) • le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 2 (respectivement par 5) est égal au reste de la division euclidienne de son chiffre d'unités par 2 (respectivement par 5)	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. .
	c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne de 789435930987321876 par 2 puis par 5	5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
2) Par 4 et par 25	**a) Activité** Activité 5 p 57	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir • Un entier naturel est divisible par 4 (respectivement par 25) si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4 (respectivement par 25) • le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 4 (respectivement	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.

	par 25) est égal au reste de la division euclidienne par 4 (respectivement par 25) du nombre formé par ses deux derniers chiffres. **c) Activité d'application** Déterminer le reste de la division euclidienne de 789435930987321876 par 4 puis par 25	5 minutes	. • Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison	Exercices 5, 6 et 7 p 60

Chapitre 04: **Arithmétique**	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître si un entier naturel est divisible par 8, 3 et 9 - Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 8, 3 et 9

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser les Solutions proposées par les élèves lors de la correction
III) Critères de divisibilité (Suite) **3) Par 8**	**a) Activité** Activité 6 p 57	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
	b) A retenir • Un entier naturel supérieur ou égal à 1000 est divisible par 8 si et seulement si le nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par8 • le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 8 est égal au reste de la division euclidienne par 8 du nombre formé par ses trois derniers chiffres.	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. .
	c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne par 8 de 789435930987321876	5 minutes	.Accorder aux élèves un temps de recherche
4) Par 3 et 9	**a) Activité** Activité 7 p 57	15 minutes	
	b) A retenir • Un entier naturel est divisible par 3 (respectivement par 9) si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (respectivement par 9) • le reste de la division euclidienne d'un entier par 3 (respectivement par 9) est égal au reste de la division euclidienne de la somme de ses chiffres par 3 (respectivement par 9)	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) ci-dessus.

	c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne par 8 de 789435930987321876	5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison	Exercices 23, 24 et 25 page 65

Chapitre 04: **Arithmétique**	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître si un entier naturel est divisible par 11 - Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 11
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
III) Critères de divisibilité(Suite) **5) Par 11**	**a) Activité** Activité 10 p 58 Activités 12 et 13 p 59	20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir Soit a un entier naturel. On désigne par: - - S_1 la somme de ses chiffres de rangs impairs (de droite à gauche) - S_2 la somme de ses chiffres de rangs pairs - $d= S_1 - S_2$ • si $d \geq 0$, a est divisible par 11 si et seulement si d est divisible par 11 • si $d < 0$, Soit p le plus petit entier naturel tel que d+11p soit positif ou nul a est divisible par 11 si et seulement si (d+11p) est divisible par 11	10 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. .
	c) Activité d'application Exercice 10 p 60	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison	Exercices 27, 28, 29 et 30 p 65

Chapitre 04: Arithmétique	Séance n° : 5	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IV) Exercices intégratifs	Exercices 27, 28, 29 et 30 p 65 (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences et en particulier les notions de PPCM et PGCD, les méthodes de les retrouver, algorithme d'Euclide..

Annexe

Raisonnements Mathématiques

En arithmétique, il arrive qu'on utilise certains types de raisonnement particuliers, à titre d'exemples, on cite :

❖ **Le raisonnement par l'absurde**.

Ce raisonnement consiste à :

i) Supposer que la conclusion à laquelle on veut arriver est fausse.
ii) Analyser cette supposition (Dégager des déductions à partir de cette supposition)
iii) Aboutir à une contradiction soit avec les données de l'exercice soit avec l'une des règles du cours.

Exemple 1 : Un de mes amis, m'avait dit : "Je passerai peut être chez toi lundi après-midi. Si tu n'es pas là, je laisserai un mot dans la boîte à lettres." Or, j'ai été obligé de sortir lundi après-midi. En rentrant chez moi, je constate qu'il n'y a pas de mot dans la boîte à lettres.

- $\left.\begin{array}{l}\text{Si mon ami passe pendant mon}\\ \text{absence, il laisse un mot dans}\\ \text{la boîte à lettres.}\\ \text{Il n'y a pas de mot dans la boîte}\\ \text{à lettres}\end{array}\right\}$ Ce qu'on sait : Hypothèses
- $\left.\text{Si mon ami était passé}\right\}$ on suppose la conclusion fausse
- $\left.\begin{array}{l}\text{alors il y aurait eu un mot dans}\\ \text{la boîte à lettres or il n'y en avait}\\ \text{pas, ce qui est contradictoire.}\\ \text{donc mon ami n'est pas passé}\end{array}\right\}$ on obtient une impossibilité
- $\left.\text{Donc mon ami n'est pas passé}\right\}$ la conclusion

Exemple 2

Montrons que pour tout réel non nul x, le réel $\frac{2x+1}{x}$ est différent de 2.

- On suppose que la conclusion est fausse c'est-à-dire il existe au moins un réel non x tel que le réel $\frac{2x+1}{x}$ soit égal à 2.
- Analyse de la supposition : $\frac{2x+1}{x} = 2$ équivaut à $\frac{1}{x} = 0$
- Contradiction : Il n'existe aucun réel dont l'inverse est nul. Donc notre supposition est fausse.
- Conclusion : pour tout réel non nul x, $\frac{2x+1}{x}$ est différent de 2.

❖ **Le raisonnement par disjonction des cas**

Ce raisonnement consiste à discuter la solution selon la valeur prise par la variable (n généralement)
Exemple :
Montrons que pour tout entier naturel n, n et n^2 ont la même parité.
Soit n un entier naturel quelconque. On distingue deux cas :
Soit n pair, soit n impair.
1^{er} cas : n est pair. Auquel cas, il existe un entier k tel que
$n = 2k$. On en déduit que $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$, autrement dit $n^2 = 2(2k^2)$, avec $(2k^2)$ qui est un entier car k en est un. Par conséquent n^2 est pair, donc a la même parité que n.
$2^{ème}$ cas : soit n est impair. Auquel cas, il existe un entier k tel que

$n = 2k + 1$. On en déduit que $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$, autrement dit $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$, avec $(2k^2 + 2k)$ qui est un entier car k en est un. Par conséquent n^2 est impair, donc a la même parité que n.
Conclusion : pour tout entier naturel n, n et n² ont la même parité.

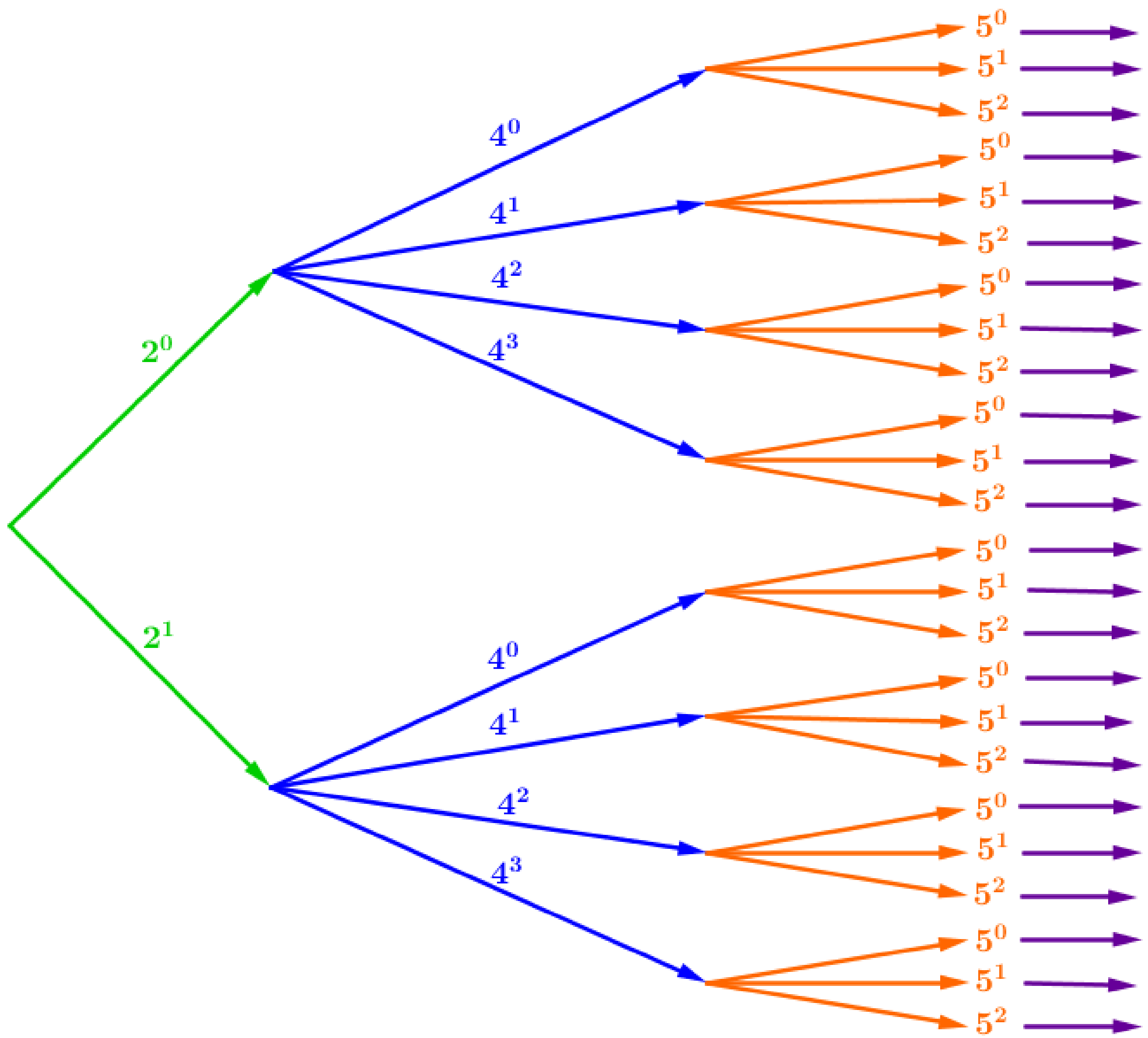
Détermination des diviseurs d'un entier naturel différent de 0 et 1.

- **Nombre de diviseurs d'un entier naturel**

si la décomposition d'un entier naturel n en produit de facteurs premiers est :
$n = d_1^{k_1}.d_2^{k_2}.d_3^{k_3}$ où $d_1, d_2, \ldots d_p$ sont des nombres premiers et les $k_1, k_2, \ldots k_p$ sont des entiers naturels, alors n admet: $(k_1 + 1)(k_2 + 1)(k_3 + 1)$ diviseurs.

- **Détermination des diviseurs Exemple:3200= $2 \times 4^3 \times 5^2$**

D'après la règle ci-dessus, 3200 possède (1+1)(3+1)(2+1) = 24 diviseurs



نبذة تاريخية

باقي قسمة عدد على 7 وفق ما ورد في أحد مخطوطات أبي الحسن القلصادي

يصف القلصادي آلية طرح 7 باستعمال حروف الجمّل فيقول[1]: **"... فتختبره بهذه الحروف:** أ ∴ ج ∴ ب ∴ و ∴ د ∴ ه **... نضع تحت المطروح** (أي العدد الذي نبغي تحديد باقي قسمته الإقليدية على 7) **حروفا بقدره من حروف الجمّل ثم تضرب كل عدد** (المقصود هنا: كل رقم) **في نقط الحروف التي تحته**

و تطرح الخارج ... و نقط الألف 1 و نقط الجيم 3 وهي الباقية من العشرات و نقط الباء 2 وهي الباقية من المائة و نقط الواو 6 وهي الباقية من الألف و نقط الدال 4 وهي التي تبقى من عشرات الألف و نقط الهاء 5 وهي التي تبقى من مائة الألف ثم بعد ذلك يعود الأمر إلى ما كان عليه أوّلا، فتبدأ ثانيا بالألف ثم الجيم على الترتيب المذكور "

ما إن ننتهي من قراءة هذه الفقرة حتى تتبادر إلى أذهاننا التساؤلات التالية:

لماذا وقع الاختيار على هذه الحروف دون غيرها ؟

لماذا يعود الأمر إلى ما كان عليه بعد المائة ألف ؟

لماذا نضرب كل رقم بقيمة الحرف الذي سيكتب تحته؟ ...

للإجابة عن هذه الأسئلة، سنعمل على استيعاب الآليّة من خلال تطبيقها على مثال متسلّحين بالمعلومات التي عرضناها في باب التسمية بمناسبة تعرضنا لطرح 7:

لنا: باقي قسمة 10^0 على 7 هو 1 و **1** يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمّل

باقي قسمة 10 على 7 هو 3 و **3** يمثل قيمة الحرف **ج** في حساب الجمّل

باقي قسمة 10^2 على 7 هو 2 و **2** يمثل قيمة الحرف **ب** في حساب الجمّل

باقي قسمة 10^3 على 7 هو 6 و **6** يمثل قيمة الحرف **و** في حساب الجمّل

باقي قسمة 10^4 على 7 هو 4 و **4** يمثل قيمة الحرف **د** في حساب الجمّل

باقي قسمة 10^5 على 7 هو 5 و **5** يمثل قيمة الحرف **ه** في حساب الجمّل

باقي قسمة 10^6 على 7 هو 1 و **1** يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمّل

ومن ثم يعود الدور: كما يقول القلصادي. كما سبق أن أثبتنا أن:

باقي قسمة 10^{6n} على 7 يساوي **1**

باقي قسمة 10^{6n+1} على 7 يساوي 3

باقي قسمة 10^{6n+2} على 7 يساوي 2

باقي قسمة 10^{6n+3} على 7 يساوي 6

باقي قسمة 10^{6n+4} على 7 يساوي 4

باقي قسمة 10^{6n+5} على 7 يساوي 5

بالتالي إن كان a عدد يتكوّن من ستة أرقام – على سبيل المثال- حيث c_0 رقم آحاده، c_1 رقم عشراته، c_2 رقم مآته، c_3رقم آلافه، c_4 رقم عشرات آلافه و c_5 رقم مآت آلافه :

[1] : [م1] "شرح التلخيص" ص 68 من الجزء العربي

$$a = c_5c_4c_3c_2c_1c_0$$
$$= c_5\,x10^5 + c_4\,x10^4 + c_3\,x10^3 + c_2\,x10^2 + c_1\,x10^1 + c_0$$

فإن: $a \equiv 5.c_5 + 4.c_4 + 6.c_3 + 2.c_2 + 3.c_1 + 1.c_0 \quad [7]$

مع التذكير بأن: 1 في العبارة $1.c_0$ يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمّل

3 في العبارة $3.c_1$ يمثل قيمة الحرف **ج** في حساب الجمّل

2 في العبارة $2.c_2$ يمثل قيمة الحرف **ب** في حساب الجمّل

6 في العبارة $6.c_3$ يمثل قيمة الحرف **و** في حساب الجمّل

4 في العبارة $4.c_4$ يمثل قيمة الحرف **د** في حساب الجمّل

5 في العبارة $5.c_5$ يمثل قيمة الحرف **ه** في حساب الجمّل

مثال تطبيقي: حدّد باقي قسمة 7865452 على 7

- علينا أن نكتب، من اليمين إلى اليسار و تحت كل واحد من أرقام هذا العدد الحروف الأبجدية متتالية
- علينا أن نقابل كل رقم من أرقام هذا العدد - من اليمين إلى اليسار وعلى التوالي - بأحد حروف العبارة: " **أجب وده** " و ذلك حسب حاجتنا منها، وإن استدعى الأمر استعمال أكثر من ستة حروف (أي أن العدد يتكون من أكثر من ستة أرقام) فإننا نعيد كتابة أحرف العبارة السّابقة الذكر من جديد حتى نستوفي حاجتنا منها.

7	**8**	**6**	**5**	**4**	**5**	**2**
أ	ه	د	و	ب	ج	أ

بالتالي فإن باقي قسمة 7865431 على 7 هو:

126 = 1x 7 + 5x8 + 4x6 + 6x5 + 2x4 + 3x5 + 1x2

حسب نفس القاعدة 126 يقابله: 13 = 2x1 + 3x2 + 1x6

و باقي قسمة 13 على 7 هو 6 وهو نفس باقي قسمة 7865452 على 7.

Lycée El - Métouia

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 05
Suites arithmétiques

Conçu par:

ABDESSLEM Tarek **GAIDI Hatem** **JOUABER Aouicha**

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 05: **Suites arithmétiques**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître une suite de nombres réels - Calculer les termes d'une suite - Reconnaître qu'une suite est arithmétique ou non - Déterminer la raison d'une suite arithmétique - Déterminer le terme général d'une suite arithmétique de raison et de premier terme donnés

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Notion de suite réelle **1) Approche**	**Approche intuitive** Activité 1 p 7	15 minutes	• On pourra se contenter de deux ou trois exemples • Accorder un temps de recherche aux élèves • on introduira la notation indicielle en douceur • Evoquer les deux méthodes qui peuvent être utilisées pour définir une suite à travers les exemples traités • Pour chaque exemple, on déterminera la loi: - Permettant de calculer un terme connaissant le ou les précédents - Liant sa valeur à son rang • Favoriser les bons essais des élèves
2) Définition et notation	**a) Activité d'approche** Activité 1 p 8	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

	b) Enoncé de la définition et notation Soit n_0 un entier naturel. Lorsqu'à tout entier naturel n supérieur ou égal à n_0 on peut associer un unique réel U(n) on dit que l'on a défini une suite de nombres réels. Le réel U(n) s'appelle le terme général de la suite et se note U_n et on lit « U indice n). La suite se note $(U_n)_{n\geq n0}$ ou (U_n).	10 minutes	• Il est souhaitable que la définition émane des élèves
	c) Remarque Une suite peut n'être définie qu'à partir d'un rang $n_0 > 1$ (exp : $u_n = \sqrt{n-4} \quad ; n \geq 4$)		
	d) Activité d'application Activité n°4 page 9	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
II) Suite arithmétique **1) Définition**	**a) Activité d'approche** Activité n°6 page 10	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
	b) Définition On dit qu'une suite (U_n) est arithmétique s'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} = U_n + r$. Le nombre r est appelé la raison de la suite.	5 minutes	• Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
	c) Remarque Si a, b, c, d…..sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique, on dit qu'ils sont en progression arithmétique		
	d) Activité d'application a) Montrer que trois réels a, b et c sont en progression arithmétique sssi a+c = 2.b b) Les réels $\sqrt{2}, \ \frac{1}{\sqrt{2}+1} \quad et \quad -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ peuvent-ils être trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? Si oui, déterminer sa raison.	15 minutes	• . Donner un temps de recherche aux élèves • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
2) Terme général	**a) Activité** Activité 7 p 10 **b) A retenir** Pour toute suite arithmétique (U_n) définie	15 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

	sur IN, de premier terme U_0 et de raison r, pour tout n $\in$ IN, on a: $U_n = U_0 + n.r$ **c) Activité d'application** 1) Soit (U_n) suite arithmétique définie sur IN, de premier terme U_0 et de raison r, montrer que pour n, p $\in$ IN, on a: $U_n = U_p + (n-p).r$ 2) Déduire l'expression de U_n en fonction de U_1 3) Montrer que la suite définie sur IN par: $u_n = a.n + b$ (avec a et b sont des réels donnés) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme **A retenir:** Si (U_n) est une suite arithmétique de raison r alors on a: • $U_n = U_p + (n - p).r$ (n, p $\in$ IN) • $U_n = U_1 + (n - 1).r$ • la suite définie sur IN par: $u_n = a.n + b$ (avec a et b sont des réels donnés) est une suite arithmétique de raison a et de premier terme b	5 minutes 15 minutes 5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder aux élèves un temps de recherche • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) ci-dessus.

Travail à la maison	- Exercice 6 page 13 - Exercices 4 et 7 page 18 - Activité 9 page 11

Chapitre 05: Suites arithmétiques	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Représenter graphiquement une suite arithmétique - Déterminer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l' activité 9 p 11 sera corrigé au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
3) Représentation graphique	**a) Activité** Activité 9 p 11 (travail à la maison) **b) A retenir** Soit (U_n) suite arithmétique définie sur IN, de premier terme U_0 et de raison r. Pour tout $n \in$ IN, le point $A_n(n , U_n)$ est sur la droite Δ de coefficient directeur r et d'ordonnée à l'origine U_0 (Δ : $y = r.x + U_0$) **c) Activité d'application** Activité 10 p 11	10 minutes 10 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves
4) Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique	**a) Activité préliminaire** Activité 14 p 12 **b) A retenir** Le nombre de termes dans la somme $S = u_p + u_{p+1} + ... + u_q$ est (q - p + 1) **c) Activité** Activité 15 p 12 **d) A retenir** • La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r est :	10 minutes 5 minutes 15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder aux élèves un temps de recherche • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe.

	$S=U_0+U_1+...+U_{n-1}=\dfrac{n(U_0+U_{n-1})}{2}$ $=nU_0+\dfrac{n(n-1)}{2}.r$ • La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme U_1 et de raison r est : $S=U_1+U_2+...+U_n=\dfrac{n(U_1+U_n)}{2}$ $=nU_1+\dfrac{n(n-1)}{2}.r$ **On retiendra que:** • $S=\text{nombre de termes}\times\dfrac{1^{er}\text{ terme}+\text{dernier terme}}{2}$ • $U_p+U_{p+1}+....+U_q=(q-p+1)\dfrac{(U_p+U_q)}{2}$ • $Pour\ tout\ n\in IN,\ 1+2+3+....+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ **e) Activité d'application** Activité 16 p 14 **f) Utiliser les T.I.C** Page 17 [Ch05-Fig\Suites Arithm.xls]	15 minutes 5 minutes 5 minutes 15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	Exercices 3 p 16, 11 p 18 Exercices 13 et 17 p 19

Chapitre 05:	Suites arithmétiques	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
III) Exercices intégratifs	Correction des exercices 3 p 16, 11 p 18 13 et 17 p 19 (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Lycée Ibnou Khouldoun El - Métouia

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 06
Suites géométriques

Conçu par:

Farhat Ltaief Lotfi Brahim

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 06: Suites géométriques	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître une suite géométrique - Déterminer le terme général d'une suite géométrique - Représenter les termes d'une suite géométrique

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Définition	**a) Activité d'approche** Activité 1 p 22 **b) Définition** On dit qu'une suite (U_n) est géométrique s'il existe un réel q tel que, pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} = q.U_n$. Le nombre q est appelé la raison de la suite. **c) Remarque** Si a, b, c, d…..sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique, on dit qu'ils sont en progression géométrique **d) Activité d'application** e) Montrer que trois réels a, b et c sont en progression géométrique ssi $a.c = b^2$ f) Exercice 1 p 26	15 minutes 5 minutes 5 minutes 20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Donner un temps de recherche aux élèves
II) Terme général	**a) Activité** Activité 2 p 22 On lui ajoutera la question: b)Conjecturer l'expression de C_n en fonction de C_0 et n **b) A retenir** Pour toute suite géométrique (U_n) définie sur IN, de premier terme U_0 et de raison q, pour tout $n \in$ IN, on a: $U_n = U_0 q^n$ **c) Activité d'application** 2) Soit (U_n) suite géométrique définie sur IN, de premier terme U_0 et de raison q, montrer que pour n, p $\in$ IN, on a: $U_n = U_p q^{n-p}$	20 minutes 5 minutes 15 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • . Donner un temps de recherche aux élèves

III) Représentat-ion graphique	2) Déduire l'expression de U_n en fonction de U_1 3) Montrer que la suite définie sur IN par: $u_n = a^n$ (avec a un réel donné) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme **A retenir:** Si (U_n) est une suite géométrique de raison r alors on a: • $U_n = U_p.q^{n-p}$ (n, p $\in$ IN) • $U_n = U_1.q^{n-1}$ • la suite définie sur IN par: $u_n = a^n$ (avec a un réel donné) est une suite arithmétique de raison a et de premier terme 1 **a) Activité d'application** - Exercice 2 p 30 - Exercice 10 p 30 **Activité** Activité 7 p 23	10 minutes 15 minutes 5 minutes	• Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe. • Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison	- Exercices 1 et 3 page 30 - Activités 8 et 9 page 24

Chapitre 06:	Suites géométriques	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Déterminer la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (les activités 8 et 9 p 24 seront corrigés au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique	**a) Activité** Correction des activités 8 et 9 p 24 (travail à la maison)	20 minutes	• Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
	b) A retenir • La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q est : $S = U_0 + U_1 + \ldots + U_{n-1} = U_0 \dfrac{1-q^n}{1-q}$ • La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme U_1 et de raison r est : $S = U_1 + U_2 + \ldots + U_{n-1} + U_n = U_1 \dfrac{1-q^n}{1-q}$	10 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe
	On retiendra que: • $S = 1^{er}\,\text{terme} \times \dfrac{1-(\text{raison})^{\text{nombre de termes}}}{1-\text{raison}}$ • $U_p + U_{p+1} + \ldots + U_n = U_p\left(\dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)$ • Pour tout $n \in IN$ et tout $x \in IR$, on a: IR $1 + x + x^2 + \ldots + x^n = \dfrac{1-x^{n+1}}{1-x}$	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité d'application Activité 7 p 30	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	**Exercices** 9 et 11 p 18 **Exercice 3** Soit (U_n) la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n - 2n - 3). \end{cases}$ 1°) Calculer U_1 , U_2 et U_3. 2°) Soit (V_n) la suite réelle définie sur IN par : $V_n = 2U_{n+1} - U_n$. Pour tout entier naturel non nul, on pose : $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$. Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison – 2. Vérifier que $S_n = -n^2 - 2n$. Montrer que $S_n = (U_1 + U_2 + \ldots + U_n) + (U_n - U_0)$ 3°) Soit (W_n) la suite définie par : $W_n = U_n + 2n - 1$. Montrer que (W_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison. Exprimer U_n puis la somme $U_0 + U_1 + \ldots + U_n$ en fonction de n. **Exercice 4** Soit U la suite réelle définie sur IN par : $U_0 = 0$ et pour tout $n \in IN$, $U_{n+1} = \frac{1 - U_n}{3 - 4U_n}$. 1°)a- Calculer U_1 et U_2 b- En déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique. 2°)a- Vérifier que pour tout $n \in IN$, $U_{n+1} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{3 - 4U_n}\right)$ b- Montrer que si $0 \leq U_n < \frac{1}{2}$ alors $0 \leq U_{n+1} < \frac{1}{2}$. On admet pour la suite que pour tout entier n, $0 \leq U_n < \frac{1}{2}$. 3°) Soit V la suite réelle définie par : pour tout $n \in IN$, $V_n = \frac{1}{1 - 2U_n}$. Montrer que V est une suite arithmétique de raison 2. Exprimer V_n puis Un en fonction de n. Déterminer l'entier naturel n tel que $V_2 + V_3 + \ldots + V_n = 285$ 4°) Pour tout $n \in IN^*$, on pose $S_n = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \ldots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$. Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $\frac{1}{3} \leq S_n \leq 1$ **Exercice 5** Soit (a_n) une suite arithmétique définie sur IN par : $a_3 = -3$ et $a_3 + a_4 + \ldots + a_{30} = -2352$. 1°)a) Déterminer la raison de la suite (a_n). b) Exprimer an en fonction de n. 2°) Soit U la suite réelle définie sur IN par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + n - 1$. On pose $b_n = 4.U_n + a_n$. Montrer que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. Exprimer b_n puis Un en fonction de n. Calculer $U_3 + U_4 + \ldots + U_{30}$

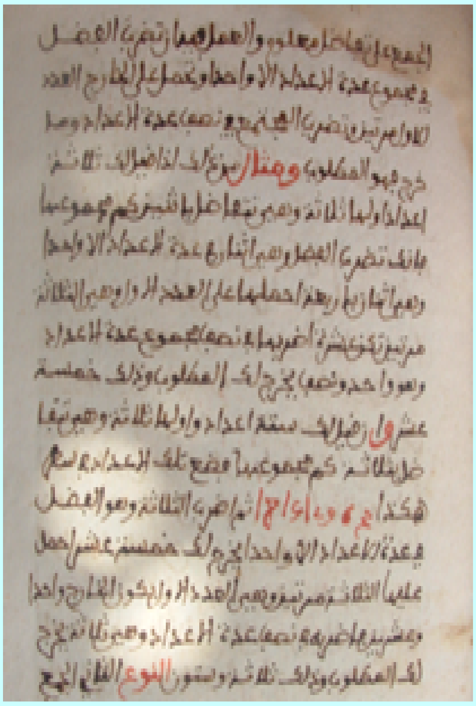
Chapitre 06: **Suites géométriques**	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

■ AL – KALASADI



Le document ci-joint est l'une des pages du manuscrit d'AL – KALASADI intitulé " ATTABSIRA ALWADHIHA FI MASAËL ALÂDAD AL- LAÏHA " trouvé à MATMATA au sud-ouest de GABES.

" الجمع على تفاضل معلوم والعمل فيه أن تضرب الفضل في مجموع عدة الأعداد إلا واحدا وتحمل على الخارج العدد الأول مرتين وتضرب المجتمع في نصف عدة الأعداد وما خرج فهو المطلوب ومثال من ذلك إذا قيل لك ثلاثة أعداد أولها ثلاثة وهي تتفاضل باثنين كم مجموعها فإنك تضرب الفضل وهي اثنان في عدة الأعداد إلا واحدا وهي اثنان بأربعة احملها على العدد الأول وهي الثلاثة مرتين تكن عشرة اضربها في نصف مجموع عدة الأعداد وهو واحد ونصف يخرج لك المطلوب وذلك خمسة عشرة وإن قيل لك ستة و أولها ثلاثة وهي تتفاضل بثلاثة كم مجموعها فضع تلك الأعداد في سطر هكذا 3 6 9 12 15 18 ثم اضرب الثلاثة وهو الفضل في عدة الأعداد إلا واحدا تخرج لك خمسة عشرة احمل عليها الثلاثة مرتين وهي العدد الأول يكون الخارج واحد وعشرين فاضربه في نصف عدة الأعداد وهي ثلاثة يخرج لك المطلوب وذلك ثلاثة وستون النوع الثاني الجمع على نسبة معلومة وهي على ضربين أحدهما الجمع على تفاضل الضعف ويسمى الجمع على مثل بيوت الشطرنج والثاني على نسبة دون الضعف والعمل فيه..."

Traduction :

"...Si les nombres ont entre eux une différence connue, multiplie alors la raison par le nombre de termes moins un, au résultat tu ajoutes deux fois le premier terme et tu multiplies ce que tu as obtenu par la moitié du nombre des termes : le résultat est ce qui est demandé.

Par exemple si on t'a dit trois nombres dont le premier est trois et ont pour raison deux. Quelle est leur somme ?

Tu multiplies la raison qui est deux par le nombre des termes moins un qui est deux ça fait quatre que tu lui ajoutes le premier terme qui est trois deux fois : ça donne dix que tu multiplies par la moitié de nombre des termes qui est un et demi tu auras ce qui est demandé : c'est quinze.

Un deuxième exemple si on t'a dit six nombres dont le premier est trois et la raison est aussi trois. Quelle est leur somme ?

Ecris alors ces nombres sur une ligne de la manière suivante : 3 6 9 12 15 18 puis tu multiplies trois qui est la raison par le nombre des termes moins un ça fait quinze que tu lui ajoutes le double de trois (en tant que premier terme) : ça donne vingt et un que tu multiplies par la moitié de nombre des termes qui est trois tu auras ce qui est demandé : c'est soixante trois."

Lycée Mohammed Ali El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 07
Généralités sur les fonctions

Conçu par:
Abdelaziz Neji

Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 07: **Généralités sur les fonctions**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Traduire le lien entre deux quantités par une formule, une courbe ou par un tableau de données - Identifier la variable et éventuellement le domaine de définition - Déterminer l'limage d'un nombre - Rechercher des antécédents d'un nombre - Lire graphiquement l'image d'un réel donné. - Lire graphiquement l'antécédent d'un réel donné

Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr>
<td>

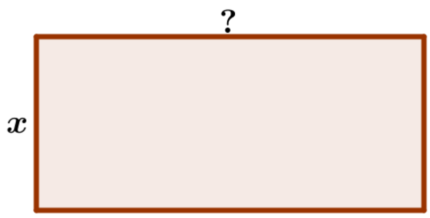
I) Définitions et vocabulaire

1) Définition d'une fonction

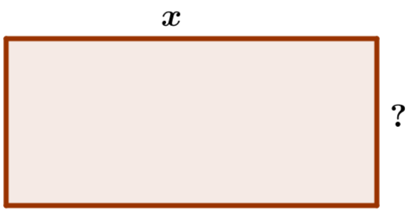
</td>
<td>

a) Activité d'approche

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle. On désigne par x la longueur de l'un des côtés de ce rectangle



ou



1) Calculer l'aire A du rectangle lorsque x=3 cm
2) A quel intervalle doit appartenir x ?
3) Exprimer en fonction de x l'aire A du rectangle
4) Ecrire cette expression de A sous forme d'une somme
5) Compléter le tableau suivant en proposant des valeurs de x et calculant les valeurs de A qui leur correspondent

x									
A									

</td>
<td>15 minutes</td>
<td>

- Accorder aux élèves un temps de recherche

- Favoriser les bons essais des élèves

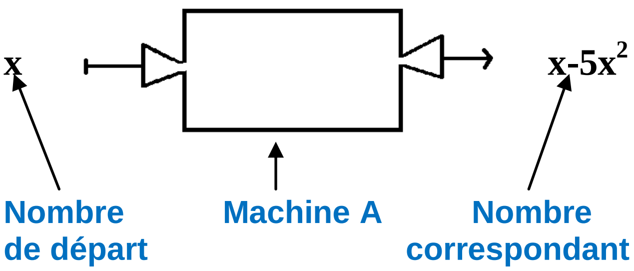
</td>
</tr>
</table>

b) Commentaires

- Pour chaque nombre x on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle A, l'écriture : $x \mapsto 5x - x^2$ se lit: « à x on associe $5x - x^2$ »

- A est appelée une fonction c'est une « machine » mathématique qui à un nombre donné fait correspondre un autre nombre

10 minutes



- L'expression A dépend de la valeur de x et varie en fonction de x: pour cela on la note: A(x) et on lit « A de x »

- le réel x est appelée variable ainsi $A(x) = 5x - x^2$

- Le tableau ci-dessus (question 5) est appelé **tableau de valeurs.**

c)Définition intuitive

Soit E et F deux ensembles de nombres réels. Définir une fonction f de E vers F: c'est donner un procédé selon lequel, à chaque nombre x de E, correspond au plus un nombre y de F. Le procédé peut être une formule, une courbe ou un tableau de valeurs.

Exemple:

Dire que: ''à 14 heures, il faisait 15° C '', sous-entend qu'on défini une fonction qui à chaque heure associe la température qu'il faisait et en particulier au nombre 14 elle a associé le nombre 15.

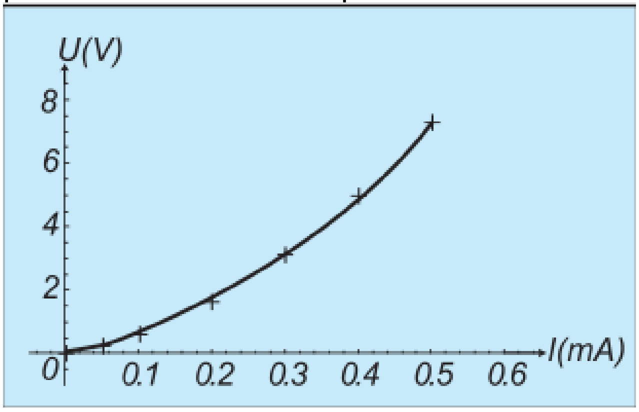
15 minutes

d) Définition d'une fonction

Soit E et F deux parties de $\mathbb{R}$

Définir une fonction de E vers F, c'est associer à chaque réel x de E au plus un

2) Domaine de définition d'une fonction	réel y de F appelé image de x. **e) Vocabulaire et notation** Généralement, une fonction est désignée par une lettre minuscule, par exemple: f, g, h…. On écrit : $\begin{array}{l} f: E \to F \\ x \mapsto y \end{array}$ → x est appelé la variable. → Le réel y se note aussi f(x) et il est appelé image de x par f. → Si f(x) = y, x est appelé un antécédent du nombre y. **f) Activité d'application** Activité 3 p 34 **a) Activité d'approche** Soit la fonction $\begin{array}{l} f: IR \to IR \\ x \mapsto \sqrt{x-1} \end{array}$ 1) Calculer lorsque c'est possible l'image par f de chacun des réels: 3, 2, 0 et -5 2) Pour quelles valeurs de x, f(x) est calculable ? (L'ensemble de ces valeurs est appelé le domaine de définition de f) **b) Enoncé de la définition** On appelle domaine de définition d'une fonction g définie de E vers F $(E \subset IR,\ \ F \subset IR)$ la partie de E formée des réels qui ont une image par la fonction g (c.à.d. : l'ensemble obtenu en éliminant de E les réels qui n'ont pas une image par g) . On le note: **D_g** Dg = { $x \in E$ tq $f(x)$existe (calculable)} **c) Point méthode** - Comment déterminer le domaine de définition d'une fonction ? • Si l'expression de f(x) est un quotient, alors x appartient à Df si et seulement le dénominateur est non nul • Si l'expression de f(x) contient une racine carrée alors x ∈ D_f si et seulement si le radicande est positif. • Les deux cas peuvent se poser en	5 minutes 15 minutes	• Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

II) Représentation graphique **1) Rappel de la définition**	même temps. **d) Activité d'application** Déterminer le domaine de définition de la fonction h définie sur IR par: $h(x)=\dfrac{\sqrt{1-2x}}{2x^2-3x+1}$ **a) Activité** De la page 40 de votre manuel de physique, on a relevé le dessin ci-dessous et une partie du commentaire qui le suit:  **Partie du commentaire:** c'est la courbe représentative de la relation U=f(I) dans le domaine de mesures effectuées. **Question:** Expliquer de quoi s'agit-il dans ce graphique et comment l'a – t - on obtenu ? **b) Enonce de la définition** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ étant un repère donné du plan, on appelle courbe représentative d'une fonction f et qu'on note : **(C_f)** ou $\mathcal{E}_f$**.,** l'ensemble de points **M (x,y)** du plan où x est un élément quelconque de D_f **(C_f) = { M (x,y) ∈ *P* / x ∈ Df , y = f(x)}** l'équation: $y=f(x)$ s'appelle l'équation cartésienne de $\mathcal{E}_f$. **c) Activité d'application** 1) En se servant de données du tableau de valeurs de l'activité du paragraphe I, représenter la courbe de la fonction A 2) Donner l'équation cartésienne de cette courbe **d) T.i.c** Ouvrir le logiciel GéoGebra • dans la zone de saisie écrire	5 minutes 15 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Donner un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

2) Lectures graphiques	l'expression: $B(x) = 5x - x^2$ puis valider • Quelles remarques vous suggère la courbe qui se trace? • Cacher cette courbe • dans la zone de saisie écrire : A(x) = fonction[B, 0 , 5] puis valider • Comparer la deuxième courbe obtenue le résultat du sous-paragraphe c) **lien :** **Ch07 -Fig\A(x)=x-5x^2.ggb** **a) Point méthode** **1/** Si $a \in D_f$, f(a) est l'ordonnée de l'unique point M où la parallèle à l'axe des ordonnées passant par a coupe (C_f) (on place a sur l'axe des abscisses et on lit son image f(a) sur l'axe des ordonnées) **2/** Si un réel **y** possède un (ou des) antécédent(s) par une fonction f alors ces antécédents sont les abscisses respectives des points où la parallèle à l'axe des abscisses passant par **y** coupe (Cf) (on place **y** sur l'axe des ordonnées et on lit son (ses) antécédent(s) sur l'axe des abscisses) **Remarque:** Un réel peut avoir aucun ou un, ou plusieurs antécédents. **3/** Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées coupe la courbe d'une fonction en au plus un point. Ceci est un moyen simple pour savoir si une courbe représente ou non une fonction. **b) Activité:** 1) Ouvrir le lien: **Ch07 -Fig\Nombre d'antécédents.ggb** 2) Déplacer le curseur b et lire pour chacune de ses valeurs, le nombre d'antécédents de y par f	10 minutes 25 minutes	• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions.

Travail à la maison	1) Ouvrir le lien suivant: **Ch07 -Fig\fonctounon.ggb** Disposer le point P sur une zone bleue puis prédire si le graphique qui s'affiche peut être une courbe représentative d'une fonction ou non ? 2) a) Exercice 1 page 45 3) Activités 13 p38 et 15 p39

Chapitre 07: Généralités sur les fonctions	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation - Déterminer le sens de variations d'une fonction sur un intervalle donné - Déterminer les extrema d'une fonction sur un intervalle donné - Reconnaître d'après son expression ou sa courbe si une fonction est paire, impaire ou n'est ni paire ni impaire
Supports pédagogiques	- …

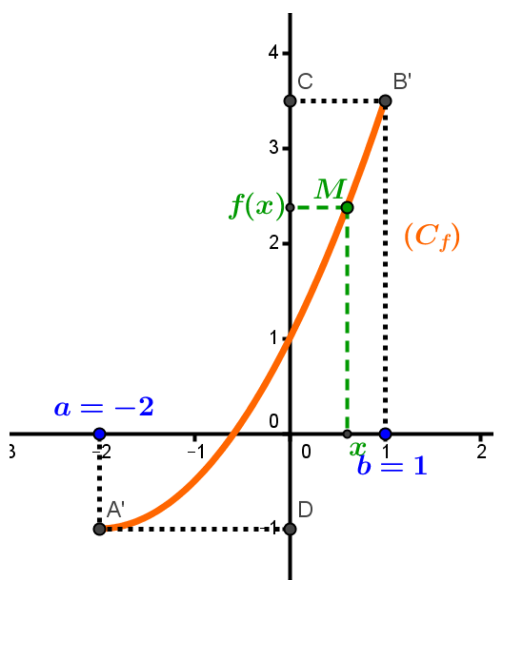
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (les Activités 13 p38 et 15 p39 seront corrigés au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction
II) Représentation graphique (suite) **3) Résolution graphique d'équations et d'inéquations**	**a) Activité:** Répondre graphiquement aux questions suivantes: (on se servira de la courbe obtenue au sous-paragraphe :II) 1°) c) Activité d'application) a/ Résoudre l'équation: $5x - x^2 = 2$ b/ En déduire un ordre de grandeur des dimensions d'un rectangle dont l'aire est égale à 2 cm^2. c/ Résoudre graphiquement l'inéquation: $5x - x^2 > 2$. Donner une interprétation du résultat. **b) Commentaires** **a/** Il s'agit de trouver les antécédents de 2 par la fonction A ce qui revient à résoudre l'équation A(x)= 2 • On détermine les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{E}$ avec la droite Δ parallèle à l'axe des abscisses passant par le point (0,2). • On lit graphiquement que l'équation : $5x - x^2 = 2$ admet pour solutions les réels 0,5 et 4,5 **b/** Le rectangle de dimensions 0,5 cm sur 4,5 cm possède une aire environ égale à 2 cm^2 **c/** Résoudre l'inéquation $5x - x^2 > 2$	20 minutes	Soit k un nombre fixé - Graphiquement les solutions de : * **<u>l'équation f(x)=k</u>**, sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de f et la droite horizontale Δ: y = k (ça revient aussi à déterminer les antécédents de k par f. * **<u>l'inéquation f(x) >k</u>** sont les abscisses des points de $\mathcal{E}_f$ situes au dessus de

	revient à déterminer les abscisses des points de $\mathcal{E}$ pour les quels C est au dessus de la droite Δ . On lit graphiquement $5x - x^2 > 2$ admet pour solutions tous les réels de [0,5 ; 4,5] → Si une dimension du rectangle est comprise entre 0,5 et 4,5 alors son aire est supérieure à 2. Remarques : • par lecture graphique, les solutions obtenues sont approchées. • l'équation A(x)=7 n'a pas de solution car Δ ne coupe pas (C_f).		Δ. * **l'inéquation f(x)<k** sont les abscisses des point de $\mathcal{E}_f$ situés en dessous de Δ.
III) Variation d'une fonction **1) Activités d'approche**	**a) Activité1** Reprenons l'activité du paragraphe (I). - Considérer des valeurs de x dans [0 , 2.5] et marquer l'image correspondante à chacune d'elles sur l'axe des ordonnées. Considérer plusieurs couples (x_1,x_2) de ces valeurs de x et comparer x_1 et x_2, puis leurs images respectives. Quel l'impact de l'augmentation de x sur son image A(x) ? **Exemple:** $1 \leq 2$ et $A(1) \leq A(2)$ On dit que A est croissante sur [0 , 2.5] - Reprendre le même travail mais pour des x de [2.5 , 5] **Exemple:** $3 \leq 4$ et $A(3) \geq A(4)$ On dit que A est décroissante sur [2.5 , 5] **b) Activité2** Soit la fonction g définie sur IR^*_- par: $g(x) = \frac{x}{\lvert x \rvert}$ Montrer que pour tout $x \in IR^*_-$, g(x) = -1 On dit que g est constante sur IR^*_-	10 minutes	• Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction • Accorder aux élèves un temps de recherche
2) Définitions	**a) Enoncés et illustration graphique** Dans Chacune de définitions suivantes, I désigne un intervalle de IR et f une fonction dont le domaine de définition		

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
contient I

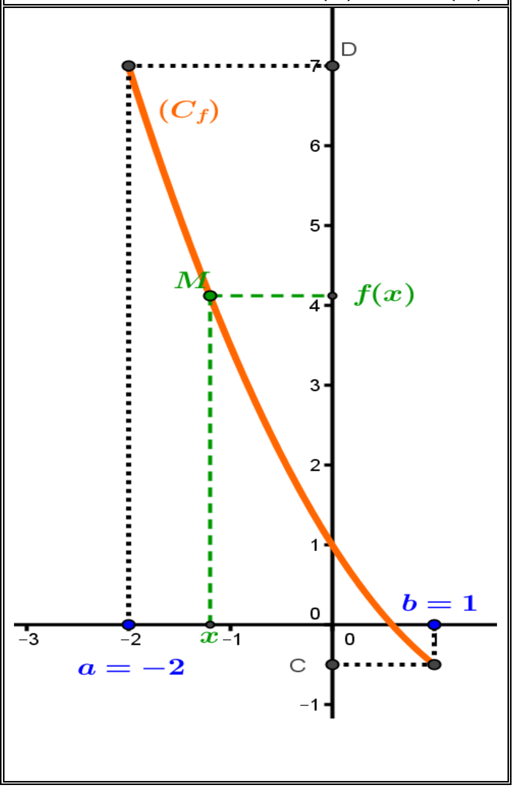
*** Fonction croissante**

f est croissante sur I
Signifie que
pour tous réels a et b de I **Si a $\leq$ b alors f(a) $\leq$ f(b)**



**** Fonction décroissante**

f est décroissante sur I
Signifie que
pour tous réels a et b de I **Si a $\leq$ b alors f(a) $\geq$ f(b)**



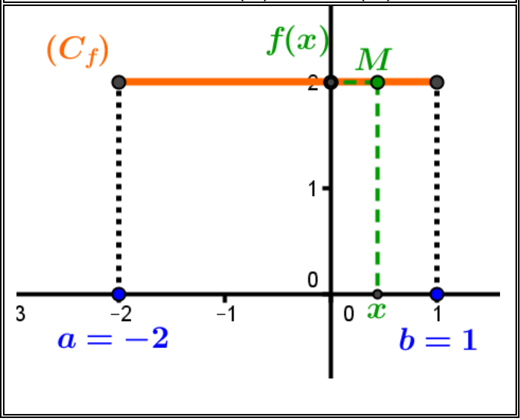
</td>
<td>10 minutes</td>
<td>

- Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité1 de ce paragraphe.

</td>
</tr>
</table>

*** Fonction constante

f est constante sur I
Signifie que
pour tous réels a et b de I on a: f(a) = f(b)



- Remarque:

Etudier les variations d'une fonction définie sur D_1, c'est déterminer les intervalles de D_1 sur les quels elle est monotone: c.à.d. elle est soit croissante soit décroissante. (elle ne change pas de sens de variation)

b) Activité d'application

On considère la fonction f définie sur IR

par : $f : x \mapsto -x^2 - 6x - 5$

a) Donner la forme canonique de (x).

b) Donner le sens de variations de f sur chacun des intervalles]-∞,-3] et [-3,+ ∞[.

Solution :

a) $x^2 - 6x – 5 = -(x^2 + 6x + 5)$

$$= \left[(x+3)^2 - 4\right] = 4 - (x+3)^2$$

b) * Soient a et b deux réels de [-3,+ ∞[tels que: $-3 \le a < b$

$\Rightarrow \quad 0 \le a + 3 < b + 3$

$\Rightarrow \quad (a+3)^2 < (b+3)^2$

$\Rightarrow \quad -(a+3)^2 > -(b+3)^2$

$\Rightarrow \quad 4 -(a+3)^2 > 4 -(b+3)^2$

$\Rightarrow \quad f(a) > f(b)$

$\Rightarrow$ f est donc décroissante sur [-3,+ ∞[

15 minutes

on ne change pas le sens de l'inégalité car deux nombres positifs et leurs carrés sont rongés dans le même ordre

- on a multiplié par -1 qui est négatif.

* Soient a et b deux réels de]-∞,-3] tels que: $a < b \le -3$

$\Rightarrow \quad a + 3 < b + 3 \le 0$

$\Rightarrow \quad (a+3)^2 > (b+3)^2$

$\Rightarrow \quad -(a+3)^2 < -(b+3)^2$

$\Rightarrow \quad 4-(a+3)^2 < 4-(b+3)^2$

$\Rightarrow \quad f(a) < f(b)$

$\Rightarrow$ f est donc croissante sur]-∞,-3]

on a changé le sens de l'inégalité car deux nombres négatifs et leurs carrés sont rongés dans des ordres opposés

IV) Extrema

1) Définitions

a) Activité d'approche

On considère la fonction f définie sur IR par : $f : x \mapsto -x^2 - 6x - 5$

(voir l'activité d'application ci-dessus)

Montrer que 4 est la valeur maximale prise par f(x) et que cette valeur est atteinte pour x = -3

Vocabulaire:

On dit que: f admet sur iR un maximum en -3 égal à 4

- Accorder aux élèves un temps de recherche

b) Enoncé des définitions

5 minutes

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a ∈ I et (C_f) est la courbe représentative de f.

*** Maximum**

f(a) est le maximum de f sur I

signifie que

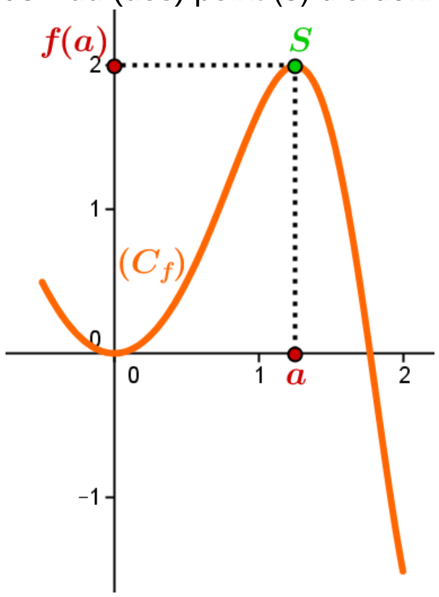
f(a) est la plus grande valeur prise par f

c.à.d. pour tout x ∈ I, f(x) ≤ f(a).

Graphiquement

Il n'y a pas de points de (Cf) situés ''au dessus'' du (des) point (s) d'ordonnée f(a)

- Inciter les élèves à déduire ces définitions du vocabulaire de l'activité d'approche ci-dessus.



15 minutes

***Minimum**

f(a) est le minimum de f sur I

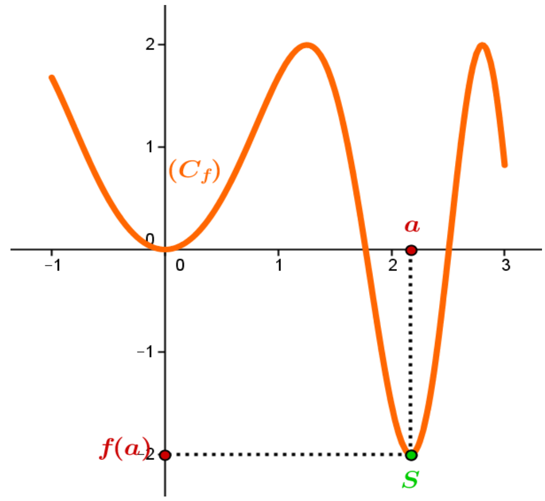
signifie que

f(a) est la plus grande valeur prise par f

c.à.d. pour tout x ∈ I, f(x) ≤ f(a).

Graphiquement

Il n'y a pas de points de (Cf) situés ''au dessous'' du (des) point (s) d'ordonnée f(a)

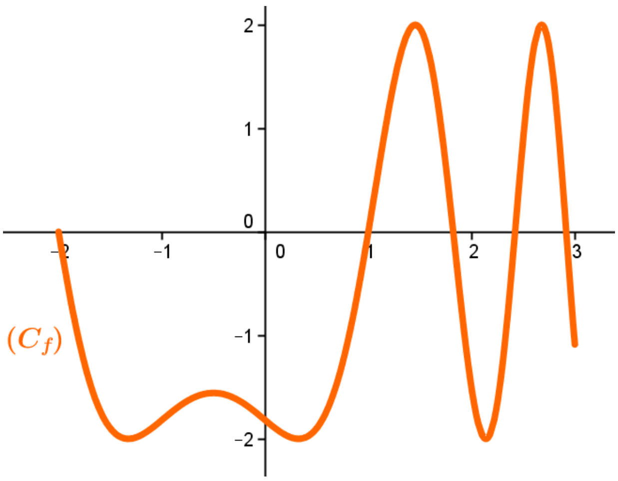


Vocabulaire:

Le mot: ''extremum'' désigne aussi bien un maximum qu'un minimum

c) Activité d'application

Soit g la fonction sur [-2,3] par la courbe ci-dessous:



Représenter sur ce graphique les extrema de f et en quelles valeurs de la variable elles sont atteintes sur chacun des intervalles: [0 , 3] et [-1 , 0.5]

On utilisera une couleur pour chaque intervalle et on précisera la nature de chaque extremum

10 minutes

- Accorder aux élèves un temps de recherche

V) Parité et symétrie: **1) Fonction paire** **2) Fonction impaire**	**a) Activité d'approche** Correction de l'activité 13 p38 (travail demandé) **b) Enoncé de la définition d'une fonction paire** Soit f une fonction définie sur E. On dit que f est paire si, pour tout réel x de E, on a: $\begin{cases} * \quad -x \in E \\ * \quad f(-x) = f(x) \end{cases}$ **c) Remarque** Relativement à un repère orthogonal la courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. **a) Activité d'approche** Correction de l'activité 15 p39(travail demandé) **b) Enoncé de la définition d'une fonction impaire** Soit f une fonction définie sur E. On dit que f est impaire si, pour tout réel x de E, on a: $\begin{cases} * \quad -x \in E \\ * \quad f(-x) = -f(x) \end{cases}$ **c) Remarque** La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère. Remarque : On dit qu'un ensemble E est symétrique par rapport à 0, si chaque fois que x contient un réel, il contient aussi son opposé C'est le cas en particulier des ensembles :IR , IR\{0}, [-a , a],]-a , a[où a > 0. Ainsi, une fonction dont le domaine de définition n'est pas symétrique par rapport à 0 ne peut être ni paire ni impaire. **Attention:** la réciproque est fausse !	15 minutes	

	d) Activité d'application Exercice 6 p 41		

Travail à la maison	Exercices 7 et 8 p45 Exercices 10 et 13 p 46

Chapitre 07: Généralités sur les fonctions	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 8 p45 Exercices 10 et 13 p 46 (travail demandé)		.

Lycée Tahar Al-Haddad El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 08

Fonctions de référence

Conçu par:

Hfidhi Ahmed Jemai Laroussi Msaadi Jamel Zaghbani Maher

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 08: Fonctions de référence	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	– Etude et représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^2$
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire

I) Fonction du type : $x \mapsto x^2$

1) Domaine de définition et variations

a) Activité

Soit la fonction $f : x \mapsto x^2$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de f. Quelle propriété aura sa courbe représentative selon un repère orthogonal
3) a) Etudier les variations de f sur $]-\infty,0]$

   b) Utiliser le résultat de 2) pour conjecturer son sens de variation sur $[0,+\infty[$ puis prouver votre conjecture.

   c) Résumer les résultats de a) et b) dans le tableau ci-dessous: appelé **tableau de variations de f** (On exprimera la croissance sur un intervalle par une flèche ascendante et la décroissance sur un intervalle par une flèche descendante).

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)		0	

Durée : 20 minutes

Commentaire : • Accorder un temps de recherche aux élèves

b) A retenir

la fonction $f : x \mapsto x^2$ est définie sur IR et elle est décroissante sur $]-\infty,0]$ et croissante sur $[0,+\infty[$

Commentaire : • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

2) Comportement de f(x) pour les grandes valeurs de $|x|$

a) Activité

1) a) Compléter le tableau ci-dessous: ($f(x) = x^2$)

x	10^2	10^6	10^{12}	10^{20}
f(x)				

   b) Comment peut-on choisir x positif pour que f(x) soit strictement supérieur à 10^{60} ?

   c)Soit A un réel strictement positif. Comment peut-on choisir x positif pour que f(x) soit strictement supérieur à A ?

2) a) Compléter le tableau ci-dessous:

Commentaire : • Accorder un temps de recherche aux élèves

x	-10^2	-10^6	-10^{12}	-10^{20}
f(x)				

b) Comment peut-on choisir x négatif pour que f(x) soit strictement supérieur à 10^{60} ?

c) Soit A un réel strictement positif. Comment peut-on choisir x négatif pour que f(x) soit strictement supérieur à A ?

15 minutes

b) Commentaires

- D'après 1) :

On peut trouver des valeurs positives x telles que f(x) soit supérieur à n'importe quel réel positif A aussi grand que l'on veut, on dira alors:

si x tend vers +∞ alors f(x) tend vers +∞

ou **la limite lorsque x tend vers +∞ de f(x) est +∞**

et on note: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

- D'après 2) :

On peut trouver des valeurs négatives x telles que f(x) soit supérieur à n'importe quel réel positif A aussi grand que l'on veut, on dira alors:

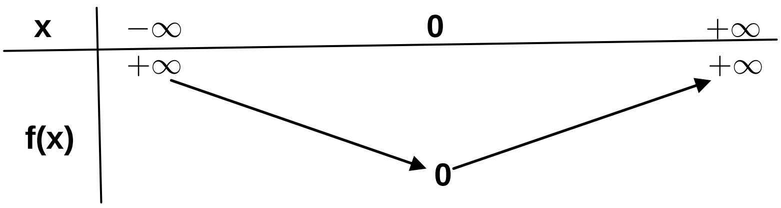
si x tend vers -∞ alors f(x) tend vers +∞

ou **la limite lorsque x tend vers -∞ de f(x) est +∞**

et on note: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- On consignera ces résultats dans le tableau de variations de f en correspondance de **-∞ et +∞** de la ligne des x



c) Activité

Proposer une courbe dot l'allure traduit les résultats résumés dans le tableau de variations ci-dessus (sans considérer des valeurs ni pour x ni pour f(x)

5 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves

3) Tableau de valeurs et représentation graphique

a) Activité

1) Compléter le tableau ci-dessous: ($f(x) = x^2$)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

2) Tracer la courbe représentative de f dans un

- Accorder un temps de recherche aux élèves

4) T.I.C.E	plan rapporté à un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ **b) A retenir** Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ • La courbe P de la fonction f définie sur IR par $f(x)=x^2$ est appelée **parabole** • Le point O(0,0) est appelé **le sommet** de cette parabole P • La droite d'équation x = 0 (abscisse du sommet) est appelée **l'axe de la parabole P** c'est son axe de symétrie vue que f est paire) • L'équation $y=x^2$ est appelée **l'équation de la parabole P** • Lien vers une vidéo: Tracé à la main : http://youtu.be/XzXeIJr-jzY • Lien vers une vidéo: Tracé point par point : http://youtu.be/0gWNNikvqgA • Lien vers une animation GGB: Tracé point par point : **Ch08 -Fig\Courbedef(x)=x²TracéPtparPt.ggb**	15 minutes	• Il est souhaitable de faire participer les élèves à la formulation de ces règles

Travail à la maison	Activités 2, 3 et 4 p 50

Chapitre 08:	Fonctions de référence	Séance n° : 2	Durée : 2 h

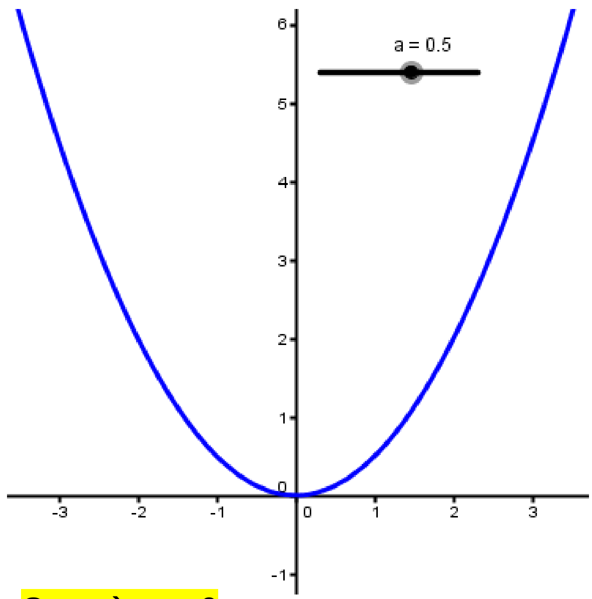
Aptitudes à développer	- Etude et représentation graphique des fonctions: $x \mapsto ax^2$ $x \mapsto a(x+\alpha)^2$ $x \mapsto ax^2+\beta$ $a \neq 0$

Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr>
<td>II) Fonction du type:
$x \mapsto ax^2$ $a \neq 0$</td>
<td>
a) Activité
Correction de l'activité 2 p 50 (travail à la maison)

b) A retenir
• La courbe représentative de toute fonction f: $x \mapsto ax^2$ $a \neq 0$ est une parabole dont:
• le sommet est le point O(0,0)
• l'axe est la droite d'équation x = 0
• L'équation est $y = ax^2$

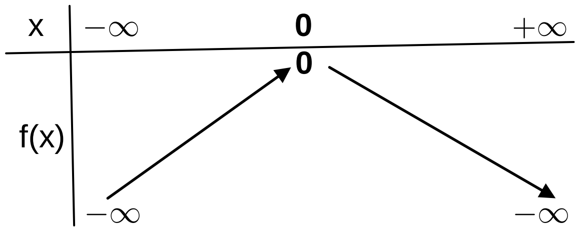
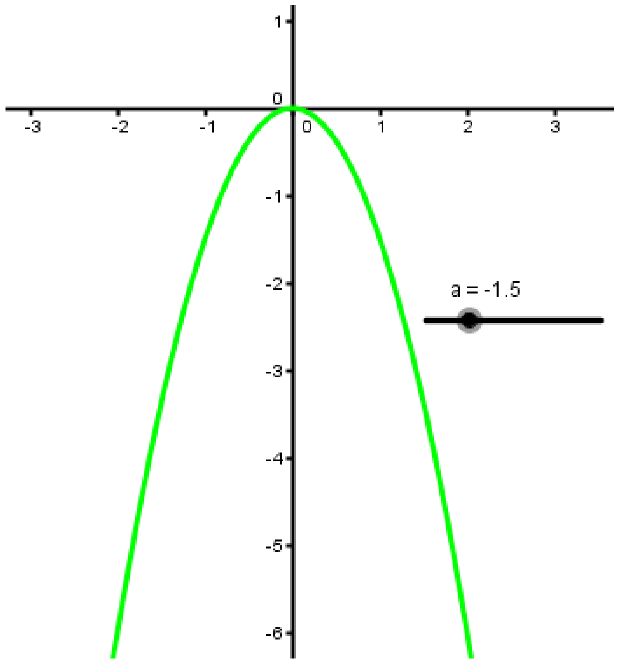
• Tableau de variations et courbe représentative de f, f(x) = ax²

Cas où a > 0
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>0</td><td>↗ $+\infty$</td></tr>
</table>


Cas où a < 0
</td>
<td>15 minutes

10 minutes</td>
<td>• Les élèves participent à la correction

• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité</td>
</tr>
</table>

	 		
	c) Illustration de l'effet de a • Lien vers une vidéo: **http://youtu.be/gb_96aYp8zw** • Lien vers une animation GeoGebra: **Ch08 -Fig\f(x)=ax² Effetdea.ggb**	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	d) Activité d'application Activités 3 et 4 p 50 (travail à la maison)	5 minutes	• Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction
III) Fonction du type: $x \mapsto a(x+\alpha)^2 \quad a \neq 0$	**a) Activité** 1) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2$. Tracer sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ 2) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = -\dfrac{1}{2}(x+1)^2$ a) Déterminer D_g		• Accorder un temps de recherche aux élèves

- Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction

b) i) g est-elle paire ? justifier.
ii) Sa courbe peut-elle être symétrique par rapport à l'origine du repère ? Justifier.
c) Etudier les variations de g sur chacun des intervalles $]-\infty,-1]$ et $[-1,+\infty[$
d) Compléter chacun des tableaux suivants :

x	-101	-1001	-10001
g(x)			

x	99	999	9999
g(x)			

15 minutes

e) Que peut-on conclure concernant les limites de g ?
f) Dresser le tableau de variations de g
g) Compléter le tableau de valeurs suivant puis tracer la courbe de g dans le même repère où est déjà tracée la courbe de f

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)									

3) Soit un point M(x,f(x)) un point quelconque de (C_f) et le point $M'(x',y')=t_{-\vec{i}}(M)$
a) Exprimer x' et y' en fonction de x et y
b) Vérifier que y' = g(x')
c) En déduire que (C_g) est l'image de (C_f) par une transformation qu'on précisera

b) A retenir

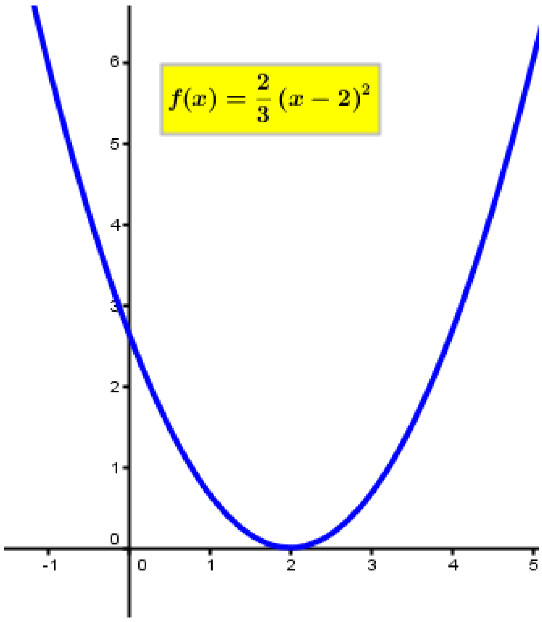
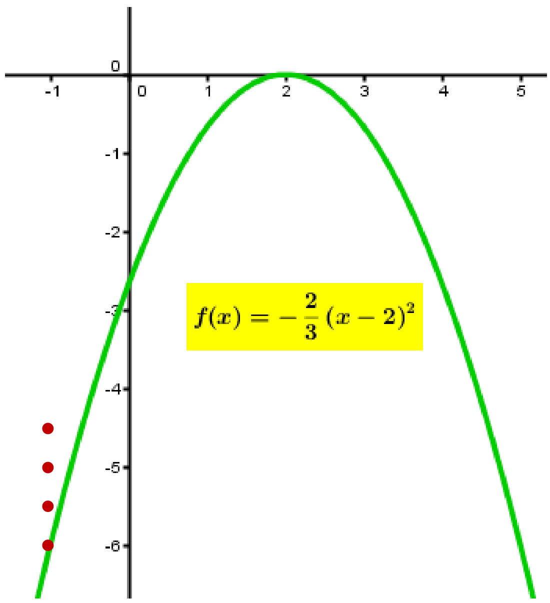
- La courbe représentative de toute fonction f: $x \mapsto a(x+\alpha)^2$ $a \neq 0$ est une parabole dont:
  - le sommet est le point S($-\alpha$,0)
  - l'axe est la droite d'équation x = $-\alpha$
  - l'équation est $y=a(x+\alpha)^2$

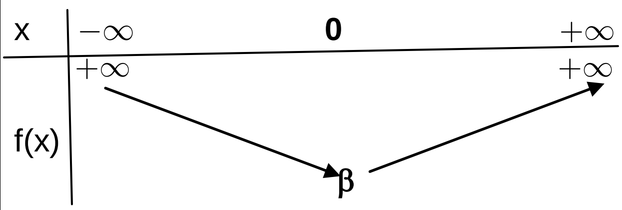
- **Tableau de variations et courbe représentative de f, f(x) = ax²**

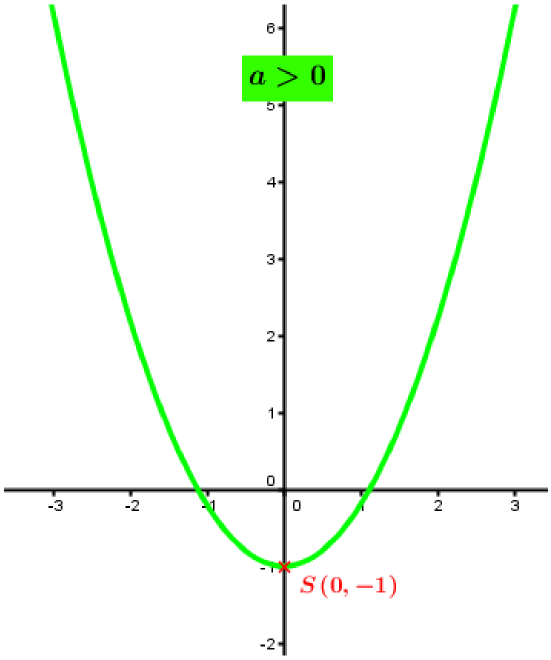
Cas où a > 0

x	$-\infty$	$-\alpha$	$+\infty$
f(x)	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

		10 minutes	
	Cas où a < 0 x: $-\infty$ … $-\alpha$ … $+\infty$ $f(x)$: $-\infty$ ↗ 0 ↘ $-\infty$ 		
	• **Transformation géométrique** La courbe représentative d'une fonction g définie sur IR par $g(x)=a(x+\alpha)^2$ $a\neq 0$ se déduit de celle de la fonction f définie sur IR par	5 minutes	

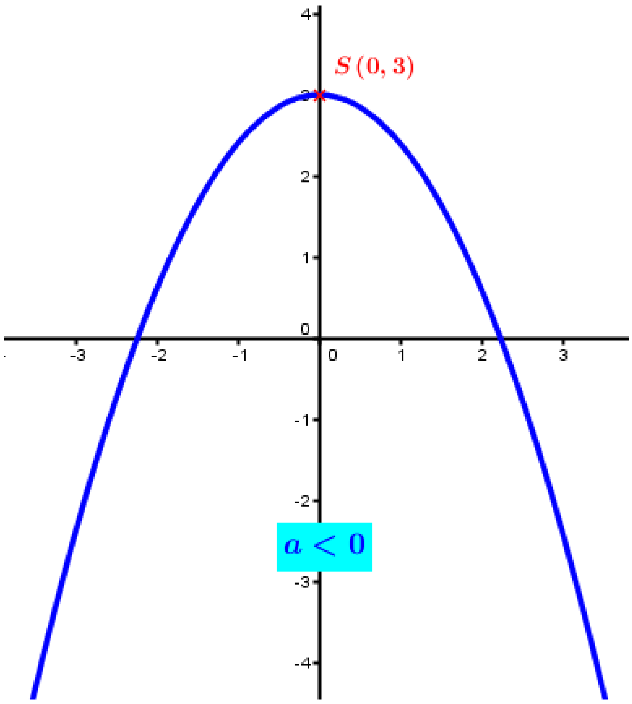
	$f(x) = ax^2 \quad a \neq 0$ par la translation de vecteur: $-\alpha.\vec{i}$ **c) Activité d'application** Activité 7 p 51	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves
IV) Fonction du type: $x \mapsto ax^2 + \beta$ $(a \neq 0)$	**a) Activité** Activité 8 p 52 avec les rectifications suivantes: 1) f(x) = -2x^2 + 3........et par P la parabole d'équation: y = -2x^2 a) ......équivaut à N(x, y-3) appartient à P b) Sans changement c) Sans changement 2) .....g(x) = ax^2 + β (a∈IR*) a)Sans changement b)Sans changement **b) A retenir** • La courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ de toute fonction f: $x \mapsto ax^2 + \beta \quad a \neq 0$ est une parabole dont: • le sommet est le point S(0,β) • l'axe est la droite d'équation x = 0 • l'équation est $y = ax^2 + \beta$ • **Tableau de variations et courbe représentative de f, f(x) = ax^2** **Cas où a > 0** 	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.



10 minutes

Cas où a < 0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	$-\infty$ ↗	β	↘ $-\infty$



- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction g définie sur IR par $g(x) = ax^2 + \beta$ $a \neq 0$ se

5 minu

	déduit de celle de la fonction f définie sur IR par $f(x)=ax^2$ $a\neq 0$ par la translation de vecteur: $\beta\vec{j}$ **c) Illustration de l'effet de a** • Lien vers une vidéo: http://youtu.be/g_2xM9xbSis • Lien vers une animation GeoGebra: Ch08 -Fig\Courbef(x)=ax²+b.ggb **d) Activité d'application** Activité 9 p 52 a) $P : y = 2x^2 - 3$ b) $P : y = -3x^2 + 2$	tes 5 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison	- Activité 10 page 52 avec les rectifications suivantes: 2) b) Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = a(x-p)^2. Montrer que la courbe de f est l'image de celle de g par une translation dont on déterminera le vecteur c) En admettant qu'une translation conserve les formes géométriques, conjecturer la nature de la courbe de f - Exercice Soit la fonction f définie sur IR par: $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ • Tracer (C_f) la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ • a) Tracer dans le même graphique la courbe représentative D de la fonction h définie sur IR par: $h(x)=\frac{1}{2}x+3$ b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et D c) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation: $x^2 - x \geq 6$ d) Soit le point A(0,2) et un point M de (C_f) d'abscisse $\alpha \in [0,2]$. 3) On désigne par H le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées et par K le point tel que le quadrilatère MHAK soit un rectangle. a) Exprimer le périmètre de ce rectangle en fonction de α. b) Pour quelle valeur de α ce périmètre atteint-il son maximum ?

<table>
<tr><td>Chapitre 08:</td><td>Fonctions de référence</td><td>Séance n° : 3</td><td>Durée : 1 h</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Aptitudes à développer</td><td>- Etude et représentation graphique de la fonction:
$x \mapsto a(x-\alpha)^2+\beta = ax^2+bx+c \qquad (a \neq 0)$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Supports pédagogiques</td><td>- …</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td>Correction de l’exercice proposé à la fin de la séance précédente comme travail à la maison</td><td>25 minutes</td><td>• Inciter les élèves à participer à la correction

• favoriser les bons essais des élèves</td></tr>
<tr><td>V) Fonction du type:
$x \mapsto ax^2+bx+c \ (a \neq 0)$</td><td>a) Activité
Correction de l’activité 10 p 52 (travail à la maison) a

b) A retenir
• Si $f(x)=ax^2+bx+c \quad a\neq 0$
alors f(x) peut s’écrire sous la forme:
$f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

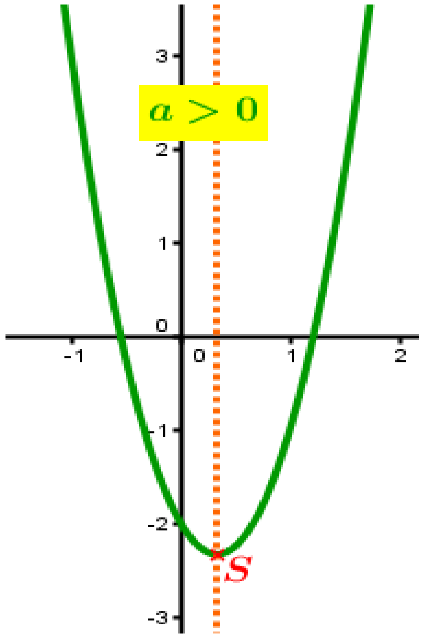
• La courbe représentative dans un plan muni d’un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ de toute fonction f: $x \mapsto ax^2+bx+c \quad a\neq 0$
est une parabole dont:
• le sommet est le point S(α,β)
• l’axe est la droite d’équation x = α
• l’équation est $y=ax^2+bx+c$

• Tableau de variations et courbe représentative de f,
f(x) = ax^2+bx+c

Cas où a > 0

$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & \beta & \nearrow & +\infty \end{array}$</td><td></td><td>• favoriser les bons essais des élèves

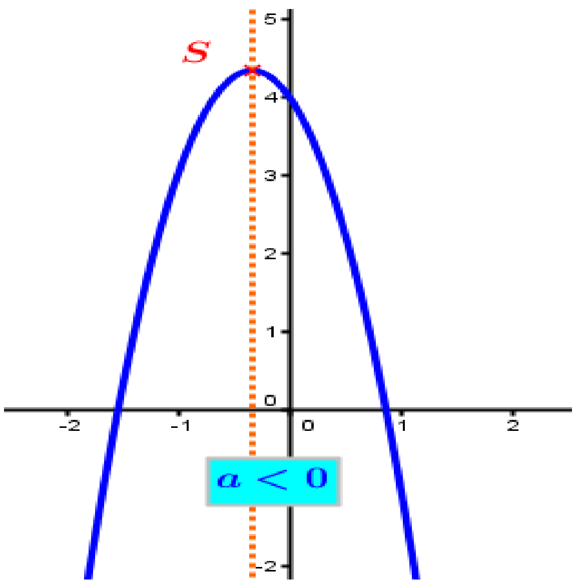
• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l’activité a) de ce paragraphe</td></tr>
</table>



30 minutes

Cas où a < 0

x	$-\infty$		α		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	↗	β	↘	$-\infty$



- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur IR par $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)^2 + \beta \quad a \neq 0$ se déduit de celle de la fonction g définie

	sur IR par $g(x)=ax^2$ $a\neq 0$ par la translation de vecteur: $\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}$ **c) Activité d'application** Activité 13 page 53		• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison	- Activités 16 page 54 et 18 p 55

Chapitre 08:	Fonctions de référence	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Etude et représentation graphique de la fonction: $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto \sqrt{x+b}$
Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td>Correction de l'activité 16 p 54 (travail à la maison)</td><td>10 minutes</td><td>• Inciter les élèves à participer à la correction

• favoriser les bons essais des élèves</td></tr>
<tr><td>VI) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x+b}$
1) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x}$</td><td>

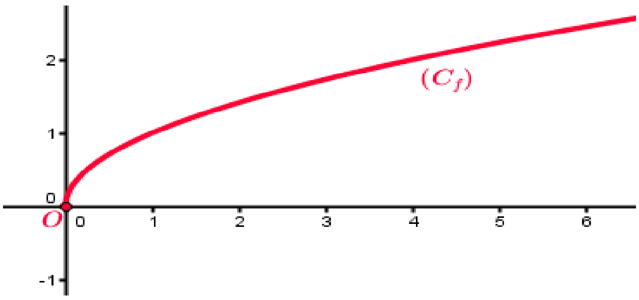
a) Activité

Correction des questions 1), 2) et 3) de l'activité 18 p 55 (travail à la maison)

b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \sqrt{x}$ est $[0,+\infty[$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- **Tableau de variations et courbe représentative de f,**

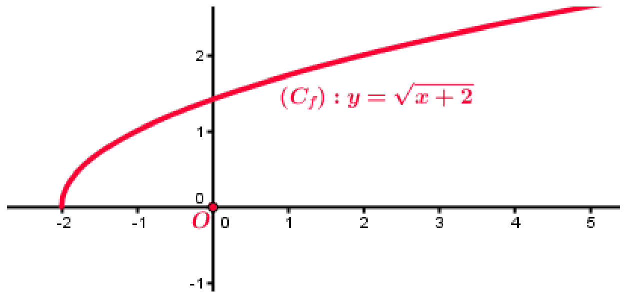
x	0	$+\infty$
f(x)	0 ↗	$+\infty$



</td><td>10 minutes

10 minutes</td><td>• favoriser les bons essais des élèves

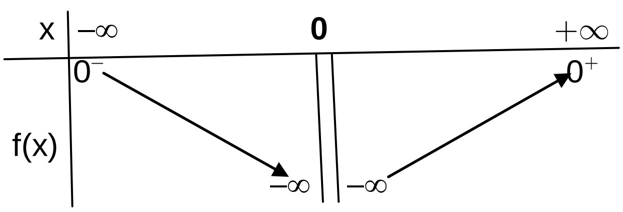
• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe</td></tr>
</table>

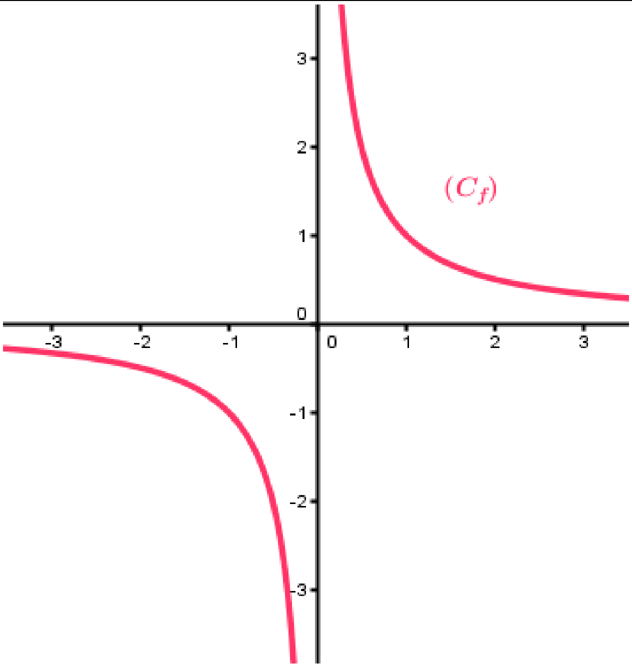
2) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x+b}$	**a) Activité** Activité 19 p 56 **b) A retenir** • Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \sqrt{x+b}$ est $[0,+\infty[$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ • **Tableau de variations et courbe représentative de f,** x : **-b** → $+\infty$ f(x) : **0** ↗ $+\infty$  • **Transformation géométrique** La courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-b,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+b}$ se déduit de celle de la fonction g définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x}$ par la translation de vecteur: $-b\vec{i}$ **c) Activité d'application** Dresser le tableau de variations et tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x-3}$	10 minutes 10 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison	- Exercice 3 page 69 - Activité 20 page 57 en tenant compte de l'ajout de la question suivante à 1) : c) Démontrer les conjectures faites à a) et b)

Chapitre 08:	Fonctions de référence	Séance n° : 5	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	Etude et représentation graphique des fonctions: $x \mapsto \frac{1}{x}$ $\quad x \mapsto \frac{a}{x}$ $\;a \neq 0$ $\quad x \mapsto \frac{a}{x}+b$ $\;(a \neq 0)$ $\quad x \mapsto \frac{a}{x+\alpha}$ $\;(a \neq 0)$
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 3 page 69 (travail à la maison)	10 minutes	• Inciter les élèves à participer à la correction • favoriser les bons essais des élèves
VII) Fonction du type: $x \mapsto \frac{a}{x}$ $\;a \neq 0$ **1) Fonction du type:** $x \mapsto \frac{1}{x}$	**a) Activité** Correction de l'activité 20 p 57 (travail à la maison) **b) A retenir** • Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ • Cette fonction est impaire • Limites aux bornes ouvertes du domaine de définition : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^+$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^-$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-\infty$ • **Tableau de variations et courbe représentative de f,** 	10 minutes	• favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

	 **c) Vocabulaire** Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ • La courbe représentative de la fonction f: $x \mapsto \frac{1}{x}$ est appelée **une hyperbole** • elle est formée de deux parties séparées appelées **les branches de l'hyperbole** • Elle admet l'origine du repère comme centre de symétrie • On a $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$, on dit alors que **($C_f$) admet la droite d'équation y=0 (l'axe des abscisses comme asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$** ((C_f) s'approche au maximum de cette droite sans la toucher) • On a $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$, on dit alors que **($C_f$) admet la droite d'équation x=0 (l'axe des ordonnées comme asymptote verticale** ((C_f) s'approche au maximum de cette droite sans la toucher) • La courbe a pour équation: $y=\frac{1}{x}$	10 minutes	
	d) Activité d'application Activité 21 p 58	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves
2) Fonction du	**a) Activité** Activité 23 p 59	10 minu	

type: $x \mapsto \dfrac{a}{x} \quad a \neq 0$

b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{a}{x} \quad a \neq 0$ est

$$\left]-\infty,0\right[\cup \left]0,+\infty\right[$$

- **Limites, Tableau de variations et courbe représentative de f,**

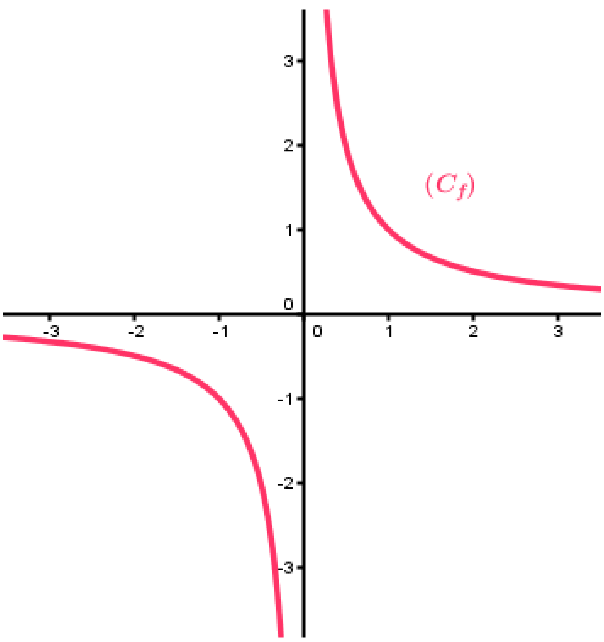
Cas où a > 0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0^{+}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0^{-}$,

$\lim\limits_{x\to0^{+}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^{-}} f(x) = -\infty$

x	$-\infty$		**0**		$+\infty$
f(x)	0^{-}	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0^{+}

- Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est appelée une hyperbole d'asymptotes les droites d'équations respectives x=0 et y=0



tes

15 minutes

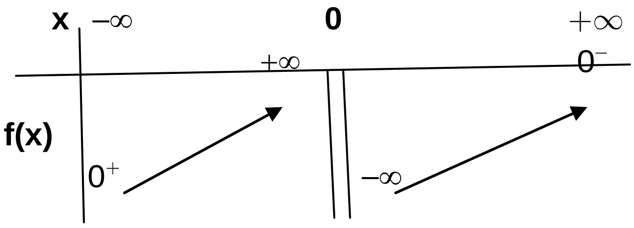
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

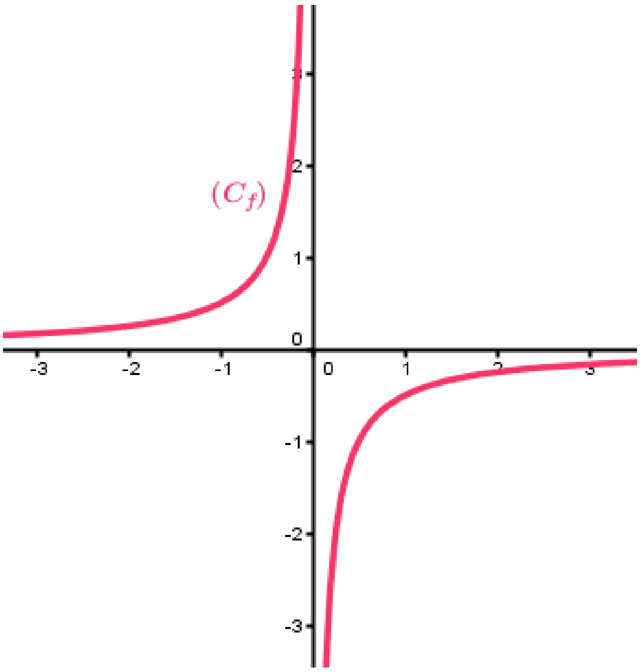
Cas où a < 0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^-$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^+$,

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty$



- Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f: $x \mapsto \frac{1}{x}$ l'hyperbole d'asymptotes les droites d'équations respectives x=0 et y=0 et de centre O : l'origine du repère



e) Illustration de l'effet de a

- Lien vers une vidéo: http://youtu.be/fbAtACJAAgQ
- Lien vers une animation GeoGebra: Ch08 -Fig\courbe(asurx).ggb

<table>
<tr>
<td>

VIII) Fonction du type:

$x \mapsto \dfrac{a}{x}+b \quad (a \neq 0)$

</td>
<td>

a) Activité

Activité 23 p 59

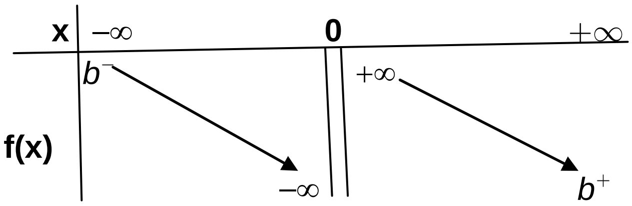
b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{a}{x}+b \quad (a \neq 0)$ est $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

- **Limites, Tableau de variations**

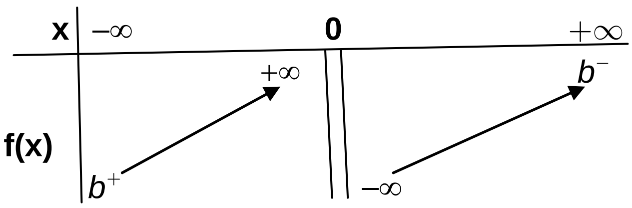
Cas où a > 0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b^{+}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b^{-}$,
$\lim\limits_{x\to0^{+}} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^{-}} f(x)=-\infty$



Cas où a < 0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b^{-}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b^{+}$,
$\lim\limits_{x\to0^{+}} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^{-}} f(x)=+\infty$



- **Courbe représentative de f**

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{a}{x}+b \quad (a \neq 0)$ est l'hyperbole dont les asymptotes sont les droites d'équations respectives x=0 et y=b et le centre est $I(0,b)$

- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur IR* par $f(x)=\dfrac{a}{x}+b$ se déduit de

</td>
<td>

10 minutes

15 minutes

</td>
<td>

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

</td>
</tr>
</table>

celle de la fonction g définie sur IR* par $g(x)=\frac{a}{x}$ par la translation de vecteur: $b\vec{j}$

c) Illustration de l'effet de a et de b

- Lien vers une vidéo: **http://youtu.be/LuSlriRLrmc**
- Lien vers une animation GeoGebra: **Ch08 -Fig\courbe(asurx+b).ggb**

IX) Fonction du type:

$x\mapsto\frac{a}{x+\alpha}\quad(a\neq0)$

a) Activité

Activité 25 p 60

10 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction f: $x\mapsto\frac{a}{x+\alpha}\quad(a\neq0)$ est

$$\left]-\infty,-\alpha\right[\cup\left]-\alpha,+\infty\right[$$

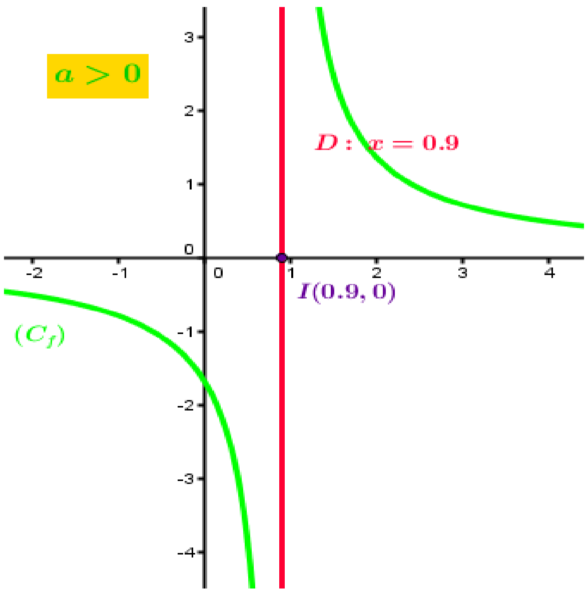
- **Limites, Tableau de variations**

Cas où a > 0

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0^+$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0^-$,

$\lim\limits_{x\to-\alpha^+}f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\alpha^-}f(x)=-\infty$

x	$-\infty$		-α		$+\infty$
f(x)	0^- ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0^+



15 minutes

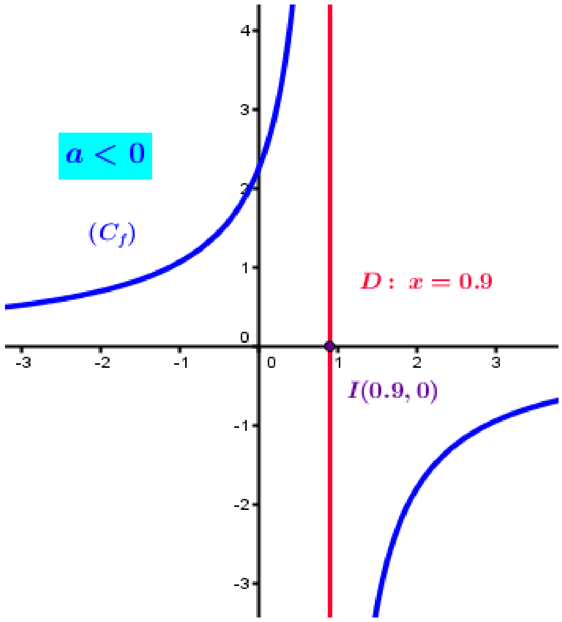
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

Cas où a < 0

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^-$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^+$,

$\lim\limits_{x\to-\alpha^+} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\alpha^-} f(x)=+\infty$

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
f(x)	0^+	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0^-



- **Courbe représentative de f**

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f: $x\mapsto\dfrac{a}{x+\alpha}$ $(a\neq 0)$ est l'hyperbole dont les asymptotes sont les droites d'équations respectives y=0 et x=-α et le centre est $I(-\alpha,0)$

- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur $IR\setminus\{-\alpha\}$ par $f(x)=\dfrac{a}{x+\alpha}$ se déduit de celle de la fonction g définie sur IR* par $g(x)=\dfrac{a}{x}$ par la translation de vecteur: $-\alpha\vec{i}$

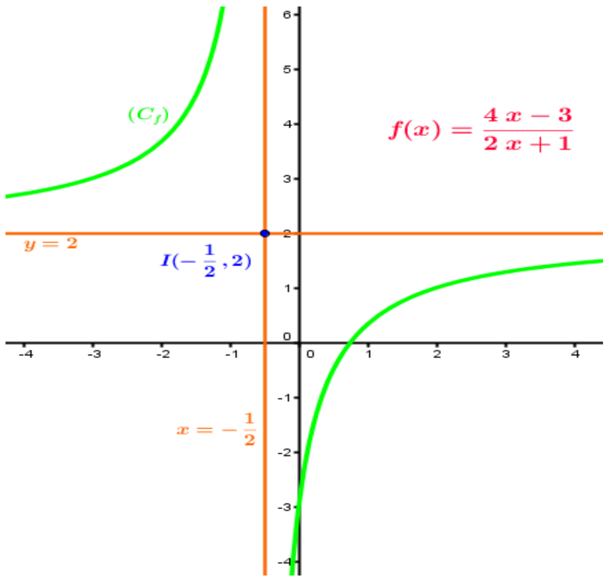
	c) Illustration de l'effet de a et de α • Lien vers une animation GeoGebra: **Ch08 -Fig\courbe(asur(x+alpha)).ggb** **d) Activité d'application** Exercice 7 p 63	5 minu tes	

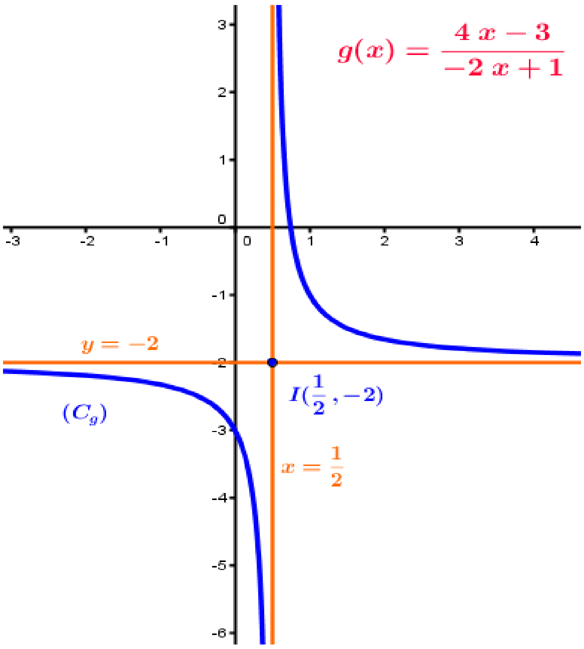
Travail à la maison	- Activités 27 et 28 p 61

Chapitre 08:	Fonctions de référence	Séance n° : 6	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Etude et représentation graphique de la fonction: $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0)$

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
X) Fonction du type: $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0)$	**a) Activité** Correction des activités 27 et 28 p 61 (travail à la maison) **b) A retenir** • Le domaine de définition de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0)$ est $\left]-\infty,-\dfrac{d}{c}\right[\cup \left]-\dfrac{d}{c},+\infty\right[= IR \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ • Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction f: $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0)$ est l'hyperbole dont: - les asymptotes sont les droites d'équations respectives $y=\dfrac{a}{c}$ et $x=-\dfrac{d}{c}$ - le centre est $I(-\dfrac{d}{c},\dfrac{a}{c})$ 	20 minutes 15 minutes	• Inciter les élèves à participer à la correction • favoriser les bons essais des élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

	 **c) Activité d'application** - Activité 29 p 62 - Exercice 11 p 70 **d) Centre de symétrie d'une hyperbole** **Ch08 -Fig\CentreSymHyper.ggb**	20 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison	- Exercice 6 page 69 - Exercices 9 et 10 page 70

Chapitre 08: Fonctions de référence	Séance n° : 7	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
XI) Exercices intégratifs	- Exercice 6 page 69 - Exercices 9 et 10 page 70 **Problème d'optimisation:** http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/exemple-de-fiche-tice-exercice-integratif-les-fonctions/		• Inciter les élèves à participer à la correction • favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

Lycée Al - Manara Gabès

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 09

Calcul vectoriel

Conçu par:

AMARA Makrem Ben GHAZEL Mériem MOUSSA Mounir

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

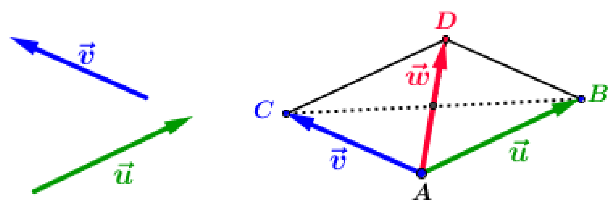
Dirigé par:

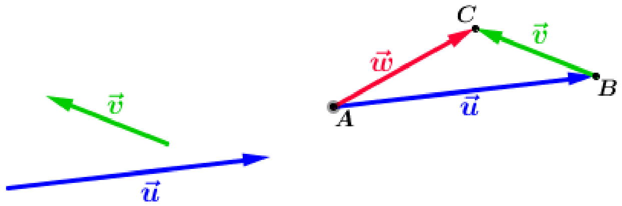
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 09: Calcul vectoriel	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Déterminer et représenter la somme de deux vecteurs - Déterminer et représenter le produit d'un vecteur par un réel - Simplifier un calcul vectoriel contenant des sommes et des produits de vecteurs par des réels

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Opérations sur les vecteurs **1) L'addition** **1.1- Rappel de la définition**	**a) Activité d'approche** Activité 1 p 68 **b) Enoncé de la définition** Soit un point du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de $\mathcal{V}$ et B et C les points tels que: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ On désigne par D le point tel que les deux segments [BC] et [AD] aient le même milieu. On appelle vecteur somme de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, le vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$ On note $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$ ou $\vec{w}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$  **c) Remarques** • L'opération qui à partir de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, nous a permis d'obtenir leur vecteur somme $\vec{w}$ est appelée l'addition des vecteurs ou l'addition dans $\mathcal{V}$ • ABDC étant un parallélogramme alors $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ et par suite les égalités suivantes sont équivalentes: $\begin{cases}\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}\\ \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\end{cases}$ • $\mathcal{V}$ désignera l'ensemble de vecteurs du plan	5 minutes 5 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • On insistera sur la différence entre "l'addition" et la "somme" des vecteurs

          1.2- Propriétés	• Une égalité se lit dans les deux sens donc un vecteur peut toujours être exprimé en tant que somme de deux vecteurs (on intercalera un point quelconque entre l'origine et l'extrémité du représentant considéré): $\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{RT}+\overrightarrow{TS}=\overrightarrow{RF}+\overrightarrow{FS}=\overrightarrow{RH}+\overrightarrow{HS}=....$ **d) 2ème énoncé de la définition** Etant donnés deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de ϑ, un point A du plan et les points B et C tels que: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{BD}$ alors : - le vecteur $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$ est appelé le vecteur somme de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et on note: $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$ ou $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$ - la relation: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$ est appelée la relation de Chasles pour l'addition des vecteurs  **e) Avec les TICE** Méthode 1 (Vidéo): http://youtu.be/Lsn70MQS6XQ Méthode 1 (Fichier GeoGebra): **Ch09-Fig\SommeVecteursMéth1.ggb** Méthode 2 (Vidéo) : http://youtu.be/DTiFVHtRHHM Méthode 2 (Fichier GeoGebra): Ch09-Fig\SommeVecteursMéth2.ggb **a) Propriété 1** • **Activité** Activité 2 p 68 • **A retenir** L'addition dans ϑ est commutative: Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a: $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ **b) Propriété 2** • **Activité** Activité 3 p 68 • **A retenir** L'addition dans ϑ est associative:	5 minutes 5 minutes 10 minutes	• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Lors de l'instauration de chacune des propriétés suivantes, on tâchera de: - Accorder un temps de recherche aux élèves - encourager les élèves à énoncer le résultat acquis - Valoriser les bonnes propositions des élèves lors de la correction

	Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a: $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$	10 minutes	
	c) Propriété 3 • **Activité** Activité 4 p 69 • **A retenir** - Pour tout vecteur $\vec{u}$, on a: $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$ - Pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un seul vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}=\vec{0}$ $\vec{v}$ est appelé l'opposé de $\vec{u}$, il est noté: $-\vec{u}$ - $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ signifie $-\vec{u}=\overrightarrow{BA}$	5 minutes 5 minutes	
	d) Activité d'application Activité 5 p 69	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
2) Multiplication d'un vecteur par un réel **2.1- Définition et notation**	**a) Activité d'approche** Activité 7 p 69	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
	b) Enoncé de la définition Etant donnés un point A, un vecteur $\vec{u}$ non nul, le point B tel que: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et un nombre réel α, on appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel α, le vecteur $\vec{v}$ noté: $\alpha.\vec{u}$ ou $\alpha\vec{u}$ et défini par: $\vec{v}=\overrightarrow{AM}$ où M est le point de (AB) d'abscisse α selon le repère $\left(A,\overrightarrow{AB}\right)$ **Remarque:** si $\vec{u}$ est nul alors $0.\vec{u}=\vec{0}$	5 minutes	• Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
	c) Activité d'application Soit $\vec{u}$ non nul donné. Construire un représentant de chacun des vecteurs: $\vec{a}=2\vec{u}$, $\vec{b}=-3\vec{u}$ et $\vec{c}=-\dfrac{2}{5}\vec{u}$	5 minutes	.
2.2- Propriétés	**a) Propriété 1** • **A retenir** Pour tout vecteur $\vec{u}$ on a: $1.\vec{u}=\vec{u}$ et $-1.\vec{u}=-\vec{u}$	10 minutes	• Lors de l'instauration de chacune des propriétés suivantes, on tâchera de: - Accorder un temps de recherche aux élèves - encourager les élèves à énoncer le résultat acquis - Valoriser les bonnes propositions des élèves lors de la
	b) Propriété 2 • **Activité** Activité 9 p 70 • **A retenir** Pour tout vecteur $\vec{u}$ et tous réels α et β on a	10 minutes	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$$(\alpha+\beta)\vec{u}=\alpha.\vec{u}+\beta.\vec{u}$$

- **Activité d'application**

Activité 10 p 71

c) **Propriété 3**

- **Activité**

Activité 11 p 71

- **A retenir**

Pour tout vecteur $\vec{u}$ et tous réels α et β on a

$$(\alpha.\beta)\vec{u}=\alpha(\beta.\vec{u})$$

- **Activité d'application**

Activité 12 p 71

d) **Propriété 4**

- **Activité**

Activité 13 p 71

- **A retenir**

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a:

$$\alpha\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\alpha.\vec{u}+\alpha.\vec{v}$$

- **Activité d'application**

Activité 15 p 72

e) **Propriété 5**

- **Activité**

Activité 16 p 72

- **A retenir**

Pour tout vecteur $\vec{u}$ et tout réel α on a:

$$\alpha.\vec{u}=\vec{0} \quad signifie \quad \begin{cases}\alpha=0\\ ou\\ \vec{u}=\vec{0}\end{cases}$$

</td>
<td>10 minutes

10 minutes</td>
<td>correction

.</td>
</tr>
</table>

Travail à la maison	- Exercices 1, 2 et 3 page 82 - Activités 17 et 18 page 72

Chapitre 09:	Calcul vectoriel	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Déterminer les composantes d'un vecteur selon une base - Déterminer les coordonnées d'un point selon un repère - Savoir si deux vecteurs sont colinéaires (Définition et méthode analytique)
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (les activités 17 et 18 page 72 seront corrigés au cours de la séance)	10 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
II) Base de l'ensemble des vecteurs **1) Vecteurs colinéaires**	**a) Activité** Correction des activités 17 et 18 page 72	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir - Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires signifie il existe un réel k tel que: $\vec{u}=k.\vec{v}$ - Soit les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et les points A, B et C tels que : $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires signifie A, B et C sont alignés	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
2) Base de l'ensemble des vecteurs	**a) Activité d'approche** Activité 19 p 73	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Définitions • On appelle base de l'ensemble ϑ de vecteurs du plan tout couple $(\vec{i},\vec{j})$ de vecteurs non colinéaires. • Soit $(\vec{i},\vec{j})$ une base de vecteurs de ϑ, l'unique couple (x,y) de réels tels que: $\vec{u}=x.\vec{i}+y.\vec{j}$ est appelé couple de composantes de $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$ et	10 minutes	• Les élèves participeront à la formulation de la définition .

	on note: $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$		
	c) Activité : Composantes de deux vecteurs égaux Activité 20 p 73	5 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
	A retenir Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$, $\vec{u}=\vec{v}$ signifie (x = x' et y = y')	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	d)Activité: Composantes de la somme de deux vecteurs et du produit d'un vecteur par un réel Activité 21 p 73	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	A retenir • Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ et $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$ alors $\vec{w}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ • Si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ et $\vec{u}'=\alpha.\vec{u}$ alors $\vec{u}'\begin{pmatrix} \alpha.x \\ \alpha.y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe
3) Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs	**a) Activité d'application** Activité 23 p 74	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	A retenir • Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j})}$ sont colinéaires **signifie** (xy' - x'y = 0) • Le réel (xy' - x'y) est appelé le déterminant de vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et on le note: $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$	5 minutes	• Les élèves participeront à la formulation de la définition du déterminant

III) Repère cartésien du plan	**b) Activité d'application** Exercice 6 page 82 **a) Activité d'approche** Activité 24 p 75 **b) Définition** • On appelle repère cartésien du plan tout triplet $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ où O est un point du plan et $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ est une base de l'ensemble de vecteurs du plan • On appelle couple de coordonnées d'un point M du plan selon le repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ le couple de réels (x,y) tel que: $\overrightarrow{OM}=x.\vec{i}+y.\vec{j}$ et on note: M(x,y) - x est l'abscisse de M et y est son ordonnée - $\left(O,\vec{i}\right)$ est l'axe des abscisses - $\left(O,\vec{j}\right)$ est l'axe des ordonnées **c) Activité: Composantes d'un vecteur défini par deux points** Activité 25 p 75 **A retenir** Si les points $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ selon un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ selon la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$	5 minutes 5 minutes 10 minutes 10 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • Les élèves participeront à la formulation de ces définitions • Accorder un temps de recherche aux élèves • Les élèves participeront à la formulation de ce résultat

Travail à la maison	Exercices 4 et 9 p 90 Activités 27 p76 et 38 p79

Chapitre 09: Calcul vectoriel	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître si une base (et un repère) est orthonormé - Reconnaître à partir de leurs coordonnées, si deux vecteurs sont orthogonaux - Calculer la norme d'un vecteur et la distance entre deux points
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	20 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Vecteurs orthogonaux **1) Norme d'un Vecteur**	**a) Définition** Soit A un point du plan et $\vec{u}$ un vecteur de $\mathcal{V}$. On appelle norme du vecteur $\vec{u}$ le nombre réel positif noté $\\|\vec{u}\\|$ et défini par $\\|\vec{u}\\| = AB$ où B est le point tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ **Remarque:** un vecteur $\vec{u}$ est dit unitaire ou normé si et seulement si $\\|\vec{u}\\| = 1$	5 minutes	.
	b) Activité Activités 28 et 29 p 76	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	c) A retenir • $\\|\vec{u}\\| = 0 \quad signifie \quad \vec{u} = \vec{0}$ • $\alpha \in IR, \vec{u} \in \mathcal{V} \quad \\|\alpha.\vec{u}\\| = \|\alpha\|.\\|\vec{u}\\|$ • $\vec{u}, \vec{v} \in \mathcal{V} \quad \\|\vec{u} + \vec{v}\\| \leq \\|\vec{u}\\| + \\|\vec{v}\\|$	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité b) de ce paragraphe.
2) Vecteurs orthogonaux	**a) Définition** Soit A un point du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de $\mathcal{V}$. • Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux et on note: $\vec{u} \perp \vec{v}$ si et seulement si les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires B et C sont les points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ • Par convention, $\vec{0}$ est orthogonal à	10 minutes	

	tout vecteur de ϑ **b) Activité d'application** Activité 30 p 77	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche
3) Expression de la norme d'un vecteur selon une base orthonormée	**a) Définitions: Base orthonormée - Repère orthonormée** - Une base $(\vec{i},\vec{j})$ de ϑ est orthonormée si et seulement si $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont orthogonaux et normés. ($\vec{u}\perp\vec{v}$ et $\Vert\vec{i}\Vert=\Vert\vec{j}\Vert=1$) - Un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan est orthonormé si et seulement si $(\vec{i},\vec{j})$ est une base orthonormée de ϑ	10 minutes	
	b) Activité Activité 32 p 78	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	c) A retenir • Dans un plan muni d'un repère orthonormé, la distance entre deux points A et B est le réel positif $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ • Si ϑ est muni d'une base Orthonormée alors la norme d'un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ est $\Vert\vec{u}\Vert=\sqrt{x^2+y^2}$	10 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité b) de ce paragraphe.
4) Condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs	**a) Activité** Activité 34 p 78	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	A retenir ϑ étant muni d'une base Orthonormée les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si: **xx' + yy' = 0**	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe
	b) Activité d'application Activité 36 p 79	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	Activités 39 et 40 p 80 Activités 42 et 45 p 81

Chapitre: Calcul vectoriel	Séance n° : 4	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des activités 39 et 40 p 80 et des activités 42 et 45 p 81 (travail demandé) **Remarques:** • La correction de ces activités sera une occasion pour montrer aux élèves que l'outil ''Vecteur'' fournit un moyen puissant pour décrire très simplement certaines situations qu'on avait l'habitude d'exprimer autrement: cet outil peut être plus efficace pour la résolution du problème posé • Cette leçon sera consultée durant toute l'année scolaire, on peut y faire référence chaque fois qu'on se sent obligé de rappeler l'une de notions déjà rencontrées • La liste des exercices proposés pour cette séance n'est pas exhaustive: elle peut être enrichie par d'autres qui figurent dans l'annexe joint ou ailleurs		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Annexe (Série d'exercices)
Calcul vectoriel

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle, on considère les pts E , F et G définie par :

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BC}$

1) Construire les pts E,F et G.
2) Déterminer les coordonnées des pts E,F et G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Exercice 2 : ABCD un parallélogramme, I milieu de[AB] et E le point définie par :

$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ID}$

1) Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$
2) Montrer que A, C et E sont alignés.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$
2) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires
3) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC] et [EF]
   a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$
   b) En déduire que les points A, I et J sont alignés

Exercice 4: Construire un triangle ABC isocèle en A et tel que AB = 6 et le point I milieu de [BC].

Soient les points G et K vérifient : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
2) Construire les points G et K.
3) Montrer que les droites (GK) et (BC) sont parallèles.
4) Soit le point J vérifiant : $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AK}$
   Montrer que AGJK est un losange.

Exercice 5 : Soit $(o, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan On considère les points A(5,3) ; B(-1,-4) et C(1,5)

1/a/Montrer que les pts A,B et C ne sont pas alignés

b/Montrer que le triangle ABC est isocèle en B

1) On donne D(0,- 2) et K(3,4)

a/Montrer que les droites (KD) et (AC) sont perpendiculaires

b/Vérifier que K est le milieu de [AC] .

c/En déduire que B,K et D sont alignés

Exercice 6 : Soit $(o, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan

On considère les points A(-1,2) ; B(-3,-2) et C(5,-1)

1)Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base

2)a/Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

b/Déduire la nature du triangle ABC .

3)Soit D(-7 ;5) .Les points A,C et D sont-ils alignés.

4)a/Calculer BC et BD .

b/Déduire que le point B appartient à la médiatrice de [CD].

Exercice 7 : Soit $(o, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan On considère les points A(1,0) ; B(3,1) et C(2,-2)

1) a/ Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base
   b/ Montrer que (AB) et (AC) sont perpendiculaires

c/ Déterminer les coordonnées du pt D pour que ABCD soit un parallélogramme

2) *Soit E(x,2) Déterminer x pour que les pts A,B et E soient alignés*
3) *Soit F le pt définie par* $\overrightarrow{AF} - 3\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.

   Trouver les coordonnées de F dans le repère (A, $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$

Lycée Pilote Gabès

Niveau: Deuxième année Sciences et Technologie de l'informatique

Chapitre: 10
Barycentre

Conçu par:

Ben LTAIEF Souileh **HAFNAOUI Seifallah** **ZRIG Nabil**

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 10: **Barycentre**	Séance n°: 1	Durée: 2h

Aptitudes à développer	- Reconnaître le barycentre de deux points pondérés - Construire le barycentre de deux points pondérés - Connaître et savoir utiliser les propriétés du barycentre de deux points pondérés

Supports pédagogiques	- - ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Barycentre de deux points pondérés **1) Définition**	**a) Activités d'approche** **Activité 2 P 93** 1) (A conserver) 2) a) Vérifier que …. b) Montrer que $\overrightarrow{GA}+2.\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$ **Activité 1 P 93** • **Commentaire pour le cas a):** Dans ce cas, on dit que: le point B est le barycentre des points pondérés (A,α) et (C,β) • **On ajoutera la question:** Exprimer les situations b), c) et d) en langage de barycentre **b) Enoncé de la Définition** Soient A et B deux points distincts du plan et deux réels α et β tels que α+β ≠ 0. Le point G qui vérifie la relation: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$ est appelé le barycentre: - des points pondérés (A,α) et (B,β) - des point A et B affectés de coefficients respectifs α et β **c) Exemple** Le milieu I de [AB] vérifie la relation: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{O}$ signifie: $1.\overrightarrow{IA}+1.\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{O}$ donc I est le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,1). Puisque α = β ≠ 0, on dit que I est l'isobarycentre de A de B **d) Activités d'application** Montrer que si A, B et C sont trois points alignés alors l'un d'eux est barycentre de deux autres affectés de	15 minutes 15 minutes 15 minu	• Accorder un temps de recherche aux élèves • A l'aide d'un fichier Géogebra ou en se servant d'un stylo ou du compas, qui jouera le rôle d'une tige homogène, on peut montrer aux élèves l'aspect physique du barycentre • Faire participer les élèves à la formulation de la définition • Accorder un temps de recherche aux élèves

2) Premières déductions	certains coefficients. **a) Activité** Activité 2 P 94 **b) Théorème** Soient A et B deux points distincts du plan et deux réels α et β tels que α+β ≠ 0. G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β) Signifie $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ signifie $(G\in(AB)$ et $x_G=\frac{\beta}{\alpha+\beta}$ selon $(A,\overrightarrow{AB}))$ signifie $\overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{BA}$ signifie $\left(G\in(AB)\text{ et } x_G=\frac{\alpha}{\beta+\alpha}\text{ selon }(B,\overrightarrow{BA})\right)$ **T.I.C.E** - Fichier GeoGebra: **Ch10 -fig\Posit Baryc.ggb**	tes 20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de formuler les ajouts acquis suite à tout genre d'activité
	c) Construction du barycentre **Méthode1** (Théorème b) ci-dessus et Thalès) Exercice 1 p 106 **Méthode2** (Méthode des parallèles) Activité 6 p 95 **T.I.C.E** - Vidéo: **http://youtu.be/isSxS7N7Bhk** - Fichier GeoGebra: Ch10 -fig\Const méth des paral.ggb	20 minutes	• Les méthodes des parallèles et du parallélogramme: objets des activités 6 P 95 et 9 P96, peuvent être traitées si l'avancement de la séance est acceptable sinon on pourra les proposer aux élèves comme travail à la maison. • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
4) Propriétés **Propriété 1**	**a) Activité** Activité 7 p96 **b) Enoncé de la propriété** G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β) **signifie** pour tout réel non nul k, G est le barycentre des points pondérés (A,kα) et (B,kβ)	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que l'énoncé de la propriété soit formulé par les élèves

Propriété 2	a) **Activité** Activité 8 P96 b) **Enoncé de la propriété** Soient A et B deux points distincts du plan et soient α et β deux réels tels que α+β≠0. G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β) signifie pour tout point M du plan, on a: $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$ c) **Activité d'application** Activité 11 P96	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que l'énoncé de la propriété soit formulé par les élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	- Activités 9 et 11 P 96 - Exercice 1 P 101 - **Travail facultatif**: Soit G le barycentre de (A, α) et (B, β) où α et β sont deux variables réelles non opposées de [-3,3]. Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour visualiser la partie de la droite (AB) où se situe G selon la valeur de $\frac{\alpha}{\beta}$

Chapitre 10: **Barycentre**	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Barycentre de trois points pondérés - Construction - Propriétés

Supports pédagogiques	- - …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Exercice 1P101 - Activités 9 et 11 P 96	30 minutes	• Correction des exercices : Pour les méthodes de construction il vaut mieux que les élèves élaborent un algorithme tel que: **Méthode des parallèles**: Pour construire G, le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β): 1) On trace deux droites D_1 et D_2 parallèles passants respectivement par A et B. 2) Sur les droites graduées $(A,\vec{i})$ et $(B,\vec{i})$ marquer respectivement les points A' et B' d'abscisses respectives β et –α. 3) G est le point d'intersection de (AB) et (A'B').
II) Barycentre de trois points pondérés **1) Définition**	**a) Activité d'approche** Activité 13 P97 **b) Enoncé de la définition** Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que	30 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que

<table>
<tr><td></td><td>α+β+γ≠0. Le point G qui vérifie la relation: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ est appelé le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ) (on dit aussi que G est le barycentre des point A, B et C affectés respectivement des coefficients α, β et γ)</td><td></td><td>l'énoncé de la définition soit formulé par les élèves</td></tr>
<tr><td>2) Propriétés</td><td>a) Activité
Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que α+β+γ≠0. Montrer que les six propositions suivantes sont équivalentes:
a) G est le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ)
b) pour tout point M du plan $\alpha\,\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$
c) $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$
d) $\overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{BA}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{BC}$
e) $\overrightarrow{CG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{CA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{CB}$
f) Pour tout réel non nul k, G est le barycentre des points pondérés (A,kα), (B,kβ) et (C,kγ)

b) Enoncé des propriétés
Conséquence: Si A, B et C ne sont pas alignés alors on aura :
$G\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma},\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$ selon $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$
$G\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma},\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$ selon $\left(B,\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$
$G\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma},\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$ selon $\left(C,\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$</td><td>30 minutes</td><td>Accorder un temps de recherche aux élèves
Lors de la correction, favoriser les bons essais qui proviennent des élèves
Habituer les élèves à essayer de formuler les ajouts acquis suite à tout genre d'activité</td></tr>
<tr><td>3) Barycentre partiel</td><td>a) Activité
Activité 19 p99

b) Théorème
Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que α+β+γ≠0 on suppose que α+β≠0 et on note I</td><td>25 minu</td><td>Accorder un temps de recherche aux élèves
Il est souhaitable que l'énoncé de ce</td></tr>
</table>

	le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β), et α+β+γ≠0 G est le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ) **signifie** G est le barycentre des points pondérés (I,α+β) et (C,γ). **c) Activité d'application** Soit I le point d'une droite (AB) d'abscisse $\frac{2}{3}$ selon le repère $\left(A,\overrightarrow{AB}\right)$ et G le barycentre des points pondérés (A,1), (B,2) et (C,3) où C est un point du plan n'appartenant pas à (AB). Montrer que I, G et C sont alignés.	tes	théorème soit formulé par les élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	- Exercices 6 et 7P106 - Exercices 11, 13 et 14 P107 - Activité 23 p 100

Chapitre 10: Barycentre	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
III) Exercices intégratifs	Correction du travail demandé - exercices 6 et 7P106 - Exercices 11, 13 et 14 P107 - Activité 23 p 100 () **Remarque:** • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Lycée Ghannouch

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 11

Translations

Conçu par:

TAIEB Taieb **OUNIS Chokri**

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 11: **Translations**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître une translation - construire l'image d'un point par une translation - construire l'image d'une droite, d'un segment d'une demi-droite par une translation
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Notion d'application	**a) Activité d'approche** Activité 1 p 110	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Définition Lorsqu'à tout point M du plan, on associe - selon un procédé bien déterminé- un unique point M', on dit qu'on a défini une application du plan dans lui-même. Si on désigne par f cette application alors on écrit: $\begin{array}{l} f : P \to P \\ M \mapsto M' \end{array}$ M' s'appelle l'image de M par f M s'appelle un antécédent de M' par f	10 minutes	• On veillera sur la bonne assimilation par les élèves de chacune de notions de: - fonction - antécédent - Image
	c) Exemples On essaiera de faire appel aux pré requis des élèves (à travers les exemples cités à la page 110)	5 minutes	
II) Définition	**a) Activité d'approche** Activité 2 p 111	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Définition Soit $\vec{u}$ un vecteur donné, l'application définie du plan dans lui-même qui à tout point M associe l' unique point M' tel que: $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ est appelée translation de vecteur $\vec{u}$. Elle est notée: $t_{\vec{u}}$ et on écrit: $\begin{array}{l} t_{\vec{u}} : P \to P \\ M \mapsto M' \end{array}$ $t_{\vec{u}}(M) = M' \quad signifie \quad \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$	5 minutes	• Il est souhaitable que la définition émane des élèves

	c) Activités d'application - Ch11-Fig\ApplicatDéfiTrans.ggb - Activité 3 p 112 **d) Remarques** **R_1:** tout point M' du plan n'a qu'un seul antécédent M par n'importe quelle translation **R_2:** Si $\vec{u}=\vec{0}$ alors pour tout point M, on a: $t_{\vec{u}}(M)=M$: on dit que: $t_{\vec{0}}$ est l'application identique dans le plan (à chaque point du plan, elle associe lui-même)	10 minutes 15 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
III) Propriété caractéristique	**a) Activité** Activité 4 p 112 **b) Théorème: Enoncé de la propriété caractéristique** Une application f définie dans le plan est une translation si et seulement si pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a: $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ **c) Conséquences** pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a: **C_1: M'N' = MN** (une translation conserve la distance) **C_2:** Si de plus M et N sont distincts, les droites (MN) et (M'N') sont parallèles **C_3:** Les images par une translation de trois points alignés sont trois points alignés (une translation conserve l'alignement) **d) Activité d'application** Soit trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $t_{\vec{u}}$ et deux réels non opposés α et β. Montrer que si G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) **e) Théorème** Etant donnés une translation $t_{\vec{u}}$ et trois points distincts A, B et G d'images	10 minutes 5 minutes 10 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction • Favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

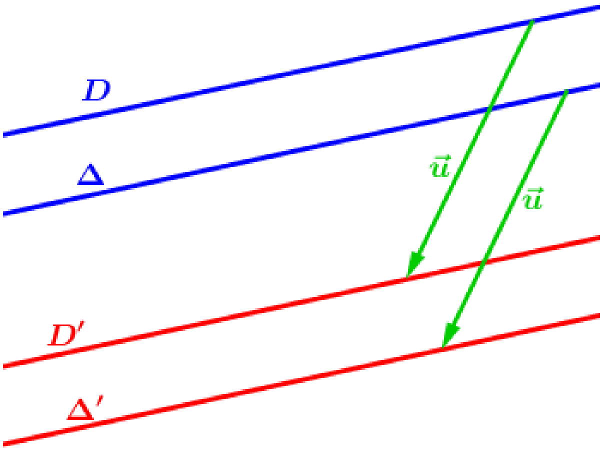
	respectives A’, B’ et G’ par $t_{\vec{u}}$ et deux réels non opposés α et β: G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G’ est le barycentre des points pondérés (A’, α) et (B’, β) (**On dit que la translation conserve le barycentre**) **Remarque:** Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés. **f) Conséquence** la translation conserve le milieu: **I = A*B signifie I’ = A’*B’** $\left(I'=t_{\vec{u}}(I),\ A'=t_{\vec{u}}(A)\text{ et } B'=t_{\vec{u}}(B)\right)$ (**On dit que la translation conserve le milieu**)	5 minutes 5 minutes	

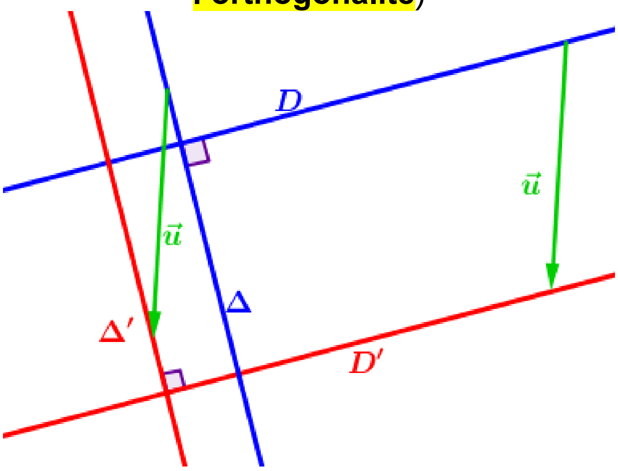
Travail à la maison	- Activité 5 p 113 - Exercice 3 page 121 - Exercices 2 page 126 - Activité 8 page 113 - Exercice: A, B et C sont trois points donnés non alignés. 1°) Construire le point I barycentre de (A,-2) et (B,3) 2°) Soit A’ le point défini par : $-2.\overrightarrow{A'A}+3.\overrightarrow{A'B}+2\overrightarrow{A'C}=\vec{0}$ a) Montrer que les points A’, I et C sont alignés. Construire A’ b) Construire les points B’ et C’ images respectives de B et C par $t_{\overrightarrow{AA'}}$ 3°) La droite Δ parallèle à (IC) et passant par C’ coupe la droite (A’B’) en J. Montrer que J est le barycentre des points pondérés (A’,α) et (B’,β) où α et β sont deux réels à déterminer.

Chapitre 11: Translations	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une translation - Reconnaître et utiliser les propriétés d'une translation pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, de contact et de mesure des distances et d'angles
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l'activité 8 p 113 sera corrigé au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Images de certaines parties du plan **1) Image:** - **d'une droite** - **d'un segment** - **d'une demi-droite**	**a) Mise au point d'après** Un ensemble G est l'image d'un ensemble E par une application f **si et seulement si** l'image de tout élément de E par f appartient à G **et** tout élément de G a un antécédent qui appartient à E • Illustration graphique sur un exemple: Ch11-Fig\ImageEnsblePts.ggb	10 minutes	
	b) Activité Activité 8 p 113	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	c) Théorème Etant donnés une translation $t_{\vec{u}}$ et deux points distincts A et B d'images respectives A' et B' par $t_{\vec{u}}$ alors - l'image par $t_{\vec{u}}$ de la droite (AB) est la droite (A'B') et on a (AB) parallèle à (A'B') - l'image par $t_{\vec{u}}$ du segment [AB] est le segment [A'B'] et on a [AB] isométrique à [A'B'] - l'image par $t_{\vec{u}}$ de la demi-droite [AB) est la demi-droite [A'B')	10 minutes	• Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité b) de ce paragraphe.
	d) Activité d'application Activité 9 p 114	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

2) Image d'un cercle	**a) Activité** Activité 16 p 116 **b) Théorème** Etant donnés une translation $t_{\vec{u}}$, un réel strictement positif R et un point O d'image O' par $t_{\vec{u}}$ alors l'image par $t_{\vec{u}}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de même rayon R **c) Activité d'application** Exercice 6 p 121	5 minutes 5 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves
V) Autres propriétés **1) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité**	**a) Activité** Activité 13 p 115 **b) Théorème** Etant données une translation $t_{\vec{u}}$ et deux droites D et Δ • $\left.\begin{array}{l} Si \quad t_{\vec{u}} : D \mapsto D' \\ \qquad \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a :\ D // \Delta \end{array}\right\} alors\ D' // \Delta'$ Les images de deux droites parallèles par une translation sont deux droites parallèles (**On dit que la translation conserve le parallélisme**)  • $\left.\begin{array}{l} Si \quad t_{\vec{u}} : D \mapsto D' \\ \qquad \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a :\ D \perp \Delta \end{array}\right\} alors\ D' \perp \Delta'$ Les images de deux droites	5 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

	perpendiculaires par une translation sont deux droites perpendiculaires (**On dit que la translation conserve l'orthogonalité**) 		
	c) Activité d'application Activité 14 p 115	5 minutes	
2) Conservation des angles	**a) Activité** Activité 15 p 115		• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Théorème Etant donnés une translation $t_{\vec{u}}$ et un secteur [Ox, Oy] $\left.\begin{array}{l} Si\ \ t_{\vec{u}}([Ox])=[O'x') \\ et\ \ t_{\vec{u}}([Oy))=[O'y') \end{array}\right\}\ alors\ \widehat{x'O'y'}=\widehat{xOy}$ L'mage d'un angle par une translation est un angle qui lui est égal (**On dit que la translation conserve les angles**)	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
		5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe
	c) Illustration graphique Cliquer sur ce lien: http://www.geogebratube.org/student/m63977		
3) Conservation du contact	**a) Activité** Activité 18 p 116	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Théorème Etant donnés une translation $t_{\vec{u}}$, un cercle ζ et une droite D tangente à ζ en un point A	5 minutes	• Inciter les

4) Effet d'une translation sur une figure	$\left.\begin{array}{l} Si \quad t_{\vec{u}}(\zeta)=\zeta' \\ et \quad t_{\vec{u}}(D)=D' \\ et \quad t_{\vec{u}}(A)=A' \end{array}\right\}$ alors D' est tangente à ζ' en en A' (**On dit que la translation conserve le contact ou la tangence**) [Ch11-Fig\Effet d'une translation.ggb]()		élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

Travail à la maison	- Activité 20 p 117 - Activité 25 p 119

Chapitre 11: Translations	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices de recherche de lieu - Résoudre des exercices de construction

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exemples de problèmes de lieu et problèmes de construction	Correction de : - Activité 20 p 117 - Activité 25 p 119 (travail demandé)		. • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année • Pour les exercices de construction, il vaut mieux habituer les élèves à dresser un algorithme où ils fixent les différentes étapes • L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des problèmes de lieu offre une bonne occasion pour apprécier le rôle des TICE pour fournir une conjecture

Travail à la maison	- Exercices de la série jointe (Voir Annexe à la fin du chapitre) (ces exercices sont proposés à titre indicatifs, ils peuvent être complétés ou remplacés par d'autres selon les besoins des élèves)

Chapitre 11: Translations		Séance n° : 4	Durée : 1 h
Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs		

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VII) Exercices intégratifs	Correction des exercices de la série (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Annexe: Série d'exercices

Exercice n°1 :

On considère deux cercles C et C' de même rayon et de centres respectifs I et J, sécants en deux points A et B.
La droite Δ parallèle à (IJ) passant par A recoupe le cercle C'en A'.

1/ a) Déterminer $t_{\overrightarrow{IJ}}(\Delta)$ et $t_{\overrightarrow{IJ}}$(C).

b) En déduire que $t_{\overrightarrow{IJ}}$(A).

2/La parallèle à (AB) passant par A' et la parallèle à (IB) passant par J se coupent en B'.
Montrer que B' est un point du cercle C'.

Exercice n°2 :

On considère un triangle EFG.
On désigne par I le barycentre des points pondérés (E,-3) et (F,4)
et par A le barycentre des points pondérés (E,-3) et (F,4) et (G,2).

1/ a) Montrer que A, I et G sont alignés.

b) Construire I et A.

2/ Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{EA}$.

a) Placer B et C les images respectives par la translation t des points F et G.

b) La parallèle à (IG) passant par C coupe (AB) en J.
Déterminer les images par la translation t de chacune des droites (EF) et (AG).

c) Montrer alors que J est le barycentre des points pondérés (A,-3) et (B,4).

Exercice n°3 :

ABC est un triangle.

Construire un point M sur (AB) et un point N sur (AC) tels que $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Exercice n°4 :

ABCD est un parallélogramme tel que les points A et B sont fixes
et C est un point variable sur le cercle de diamètre [AB].

1/Sur quel ensemble varie D lorsque C décrit le cercle de diamètre [AB].

2/Soit E le milieu de [CD]
Sur quel ensemble varie E lorsque C décrit le cercle de diamètre [AB].

Lycée Ibnou Al-Haythem Ghannouch

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 12
Homothéties

Conçu par:

HAJJAJ Saber GHAIEB Adel ROMDHANE Fadhel

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 12:	Homothéties	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Définir une homothétie

Supports pédagogiques	- …

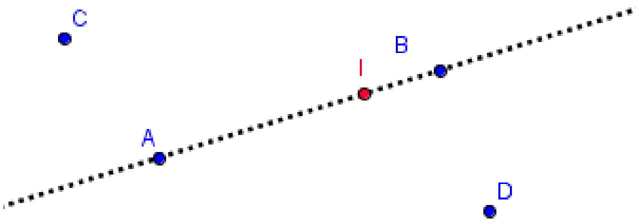
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Définition d'une homothétie **1) Activité d'approche**	• Annexe 1: Fiche enseignant **Annexe1** • Annexe 2 : Fiche élève **Annexe2** • Fichier GeoGebra : Ch12-Fig\Homothétie Activité d'approche.ggb • Article sur MathémaTICE n° 39: **http://revue.sesamath.net/spip.php?article615**	55 minutes	.
2) Enoncé de la définition	**a) Enoncé** Etant donnés un réel non nul k et un point O du plan, l'application définie du plan dans lui-même et qui à tout point M associe l'unique point M' tel que: $\overrightarrow{OM'} = k.\overrightarrow{OM}$ est appelée homothétie de centre O et de rapport k. Elle est notée: $h_{(O,k)}$ et on écrit: $\begin{array}{l} h_{(O,k)} : P \to P \\ \quad M \mapsto M' \end{array}$ $h_{(O,k)}(M) = M' \ \ signifie \ \ \overrightarrow{OM'} = k.\overrightarrow{OM}$		• Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

Travail à la maison	- Activités 3 et 4 p 131 - Activité 6 p 132

Chapitre 12: Homothéties	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître si une application définie dans le plan est une homothétie - construire l'image d'un point par une homothétie - construire et reconnaître l'image d'une droite, d'un segment d'une demi-droite par une homothétie

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l'activité 6 p 132 sera corrigée au cours de la séance)	10 minutes	• Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
I) Définition (suite)	**b) Application de la définition** Recopier la figure ci-dessous sur votre cahier puis construire les images des points A, B, C et D par l'homothétie $h_{\left(I,-\frac{5}{2}\right)}$ 	5 minutes	
II) Conséquences	**c) Conséquence 1** Toute homothétie de rapport k=1 est l'identité dans le plan **d) Conséquence 2** L'homothétie de rapport k=-1 et de centre O (un point quelconque du plan) est la symétrie centrale de centre O **e) Conséquence 3** Un point, son image par une homothétie et le centre de cette homothétie sont toujours alignés **f) Conséquence 4**	10 minut	• Induire les élèves à dégager ces conséquences

	Toute homothétie de rapport $k \neq 1$ ne fixe que son centre	es	• Accorder un temps de recherche aux élèves
II) Propriété caractéristique	**a) Activité** Activité 6 p 132 **b) Théorème: Enonce de la propriété caractéristique** Une application f définie dans le plan est une homothétie distincte de l'identité dans le plan si et seulement si il existe un réel k différent de 0 et de 1 tel que: pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a: $\overrightarrow{M'N'} = k.\overrightarrow{MN}$ **c) Conséquences** pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N' par une homothétie de rapport k, on a: **C_1:** $M'N' = \|k\|MN$ (une une homothétie ne conserve pas la distance) **C_2:** Si de plus M et N sont distincts, les droites (MN) et (M'N') sont parallèles **C_3:** Les images par une homothétie de trois points alignés sont trois points alignés (une translation conserve l'alignement) **d) Activité d'application** Soit trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $h_{(O,k)}$ et deux réels non opposés α et β. Montrer que si G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) **e) Théorème** Etant donnés une homothétie $h_{(O,k)}$ et trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $h_{(O,k)}$ et deux réels non opposés α et β: G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β)	5 minutes 10 minutes 15 minutes 10 minutes 5 minutes	• Il est souhaitable que ce théorème soit formulé par les élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la formulation de ces conséquences • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

<table>
<tr>
<td>
III) Images de certaines parties du plan
1) Image:
- d’une droite
- d’un segment
- d’une demi-droite
</td>
<td>
(On dit que l’ homothétie conserve le barycentre)
Remarque:
Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés.

f) Conséquence
Toute homothétie conserve le milieu:
I = A*B signifie I’ = A’*B’
$\left(I'=h_{(O,k)}(I),\ A'=h_{(O,k)}(A)\right.$
et $\left.B'=h_{(O,k)}(B)\right)$
(On dit que l’ homothétie conserve le milieu)

g) Activité d’application
Exercice 9 p 141

a) Activité
Activité 10 p 133

b) Théorème
Etant donnés une homothétie $h_{(O,k)}$ et deux points distincts A et B d’images respectives A’ et B’ par $h_{(O,k)}$ alors
- l’image par $h_{(O,k)}$ de la droite (AB) est la droite (A’B’) et on a (AB) parallèle à (A’B’)
- l’image par $h_{(O,k)}$ du segment [AB] est le segment [A’B’] et on a: $A'B'=|k|AB$
- l’image par $h_{(O,k)}$ de la demi-droite [AB) est la demi-droite [A’B’)

c) Activité d’application
Activités 12 p 133
</td>
<td>
5 minutes

10 minutes

10 minutes

10 minutes

10 minutes
</td>
<td>
• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Favoriser les bons essais des élèves

• Accorder un temps de recherche aux élèves
• Favoriser les bons essais des élèves
</td>
</tr>
</table>

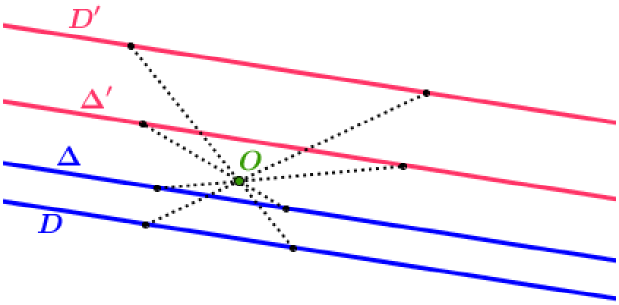
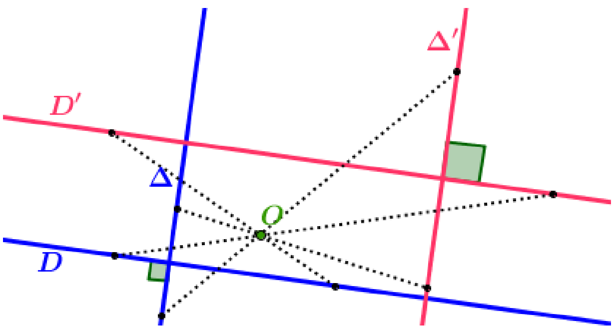
<table>
<tr>
<td>Travail à la maison</td>
<td>- Activité 17 p 134
- Activités 18 et 20 page 135</td>
</tr>
</table>

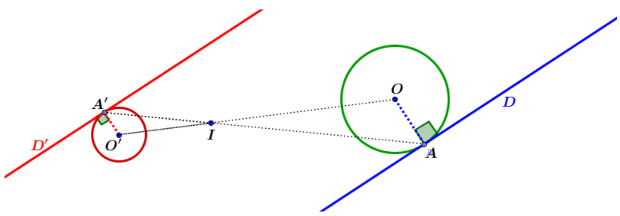
Chapitre: **Homothéties**	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une homothétie - Reconnaître et utiliser les propriétés d'une homothétie pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, de contact et de mesure des distances et d'angles

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction
III) Images de certaines parties du plan (suite) **2) Image d'un cercle**	**a) Activité** Activité 25 p 136	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Théorème Etant donnés une homothétie $h_{(O,k)}$, un réel strictement positif R et un point O d'image O' par $h_{(O,k)}$ alors l'image par $h_{(O,k)}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de rayon $R'=\|k\|.R$	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité d'application Exercice 10 p 141	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
IV) Autres propriétés **1) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité**	**a) Activité** Activité 24 p 136	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) Théorème Etant données une homothétie $h_{(O,k)}$ et deux droites D et Δ • $\left.\begin{matrix} Si\ \ h_{(O,k)}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a: D//\Delta \end{matrix}\right\\}\ alors\ D'//\Delta'$ Les images de deux droites parallèles par une homothétie sont deux droites parallèles		• Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe.

	(**On dit que l'homothétie conserve le parallélisme**)  • $\left.\begin{array}{r} Si\ \ h_{(O,k)}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a:\ D \perp \Delta \end{array}\right\}\ alors\ D' \perp \Delta'$ Les images de deux droites perpendiculaires par une homothétie sont deux droites perpendiculaires (**On dit que l'homothétie conserve l'orthogonalité**)  **c) Activité d'application** ABC est un triangle d'image le triangle A'B'C' par une homothétie $h_{(O,k)}$ (A', B' et C' sont les images respectives de A, B et C). Montrer que l'orthocentre H' de A'B'C' est l'image de l'orthocentre H de ABC par $h_{(O,k)}$	10 minutes 15 minutes	 • Accorder un temps de recherche aux élèves • Valoriser les bonnes idées citées par les élèves lors de la correction
2)Conservation des angles	**a) Activité** Activité 23 p 136 **d) Théorème** Etant donnés une homothétie $h_{(O,k)}$ et un secteur [Ox, Oy]	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

	$\left.\begin{array}{l} Si\ \ h_{(O,k)}\left(\left[Ox\right)\right)=\left[O'x'\right) \\ et\ \ h_{(O,k)}\left(\left[Oy\right)\right)=\left[O'y'\right) \end{array}\right\}\ alors\ \ \widehat{x'O'y'}=\widehat{xOy}$ L'mage d'un angle par une homothétie est un angle qui lui est égal (**On dit que l'homothétie conserve les angles**)	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe
3) Conservation du contact	**a) Activité** Activité 26 p 137 **b) Théorème** Etant donnés une homothétie $h_{(O,k)}$, un cercle ζ et une droite D tangente à ζ en un point A $\left.\begin{array}{l} Si\ \ h_{(O,k)}(\zeta)=\zeta' \\ et\ \ h_{(O,k)}(D)=D' \\ et\ \ h_{(O,k)}(A)=A' \end{array}\right\}$ alors D' est tangente à ζ' en en A' (**On dit que la l'homothétie conserve le contact ou la tangence**) [Ch12-Fig\CvContact.ggb] 	10 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe
4) Effet d'une homothétie sur une figure	[Ch12-Fig\Effet d'une homothétie.ggb]	10 minutes	

Travail à la maison	- Activités 27, 29 et 30 p 137 - Activité 33 p 138 - Activité 36 p 139

Chapitre 12: Homothéties	Séance n° : 4	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	Utiliser les propriétés d'une homothétie pour résoudre des problèmes: - d'alignement - de parallélisme - d'orthogonalité - de contact - de mesure des distances et d'angles - de recherche de lieu et de construction

Supports pédagogiques	- …

<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr>
<td>

V) Exemples de problèmes d'application des propriétés d'une homothétie

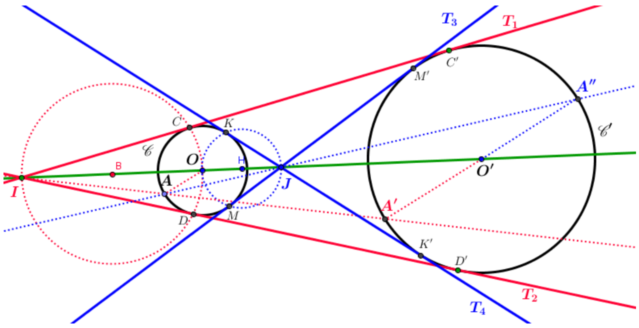
1) Exemple d'exercices de construction:

2) Exemple d'exercices de mesure de grandeurs géométriques

</td>
<td>

a) Tangentes communes à deux cercles

Correction de :
Activité 27 p 137 (travail demandé)



Ch12-Fig\TgtesCommuCercles.ggb

b) Cercles tangents à deux cercles et à une droite donnée

Correction de :
Activité 29 p 137 (travail demandé)

Correction de:

- Activité 30 p 137 (travail demandé)
- Activité 31 p 137

</td>
<td></td>
<td>

- Pour cette séance, la répartition horaire dépendra surtout du degré d''assimilation et de maîtrise par les apprenants des techniques et démarches proposées

- La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année

- Pour les exercices de construction, il vaut mieux habituer les élèves à dresser un algorithme où ils fixent les différentes étapes

- L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des

</td>
</tr>
</table>

3) Exemple d'exercices de recherche de lieu **4) Droite et cercle d'Euler**	**Correction de:** - Activité 36 p 139 (travail demandé) **Correction de:** - Activité 33 p 138 (travail demandé) **Ch12-Fig\Drte& cer Euler.ggb**		problèmes de lieu offre une bonne occasion pour apprécier le rôle des TICE pour fournir une conjecture • Le choix des activités est à titre indicatif on peut remplacer certaines d'elles par d'autres qu'on juge plus fructueuses • On essaiera lors de la correction de ces activités de faire acquérir une méthode de recherche aux élèves: ce n'est pas uniquement le résultat qui compte, les élèves doivent être initiés à s'approprier des moyens de recherche

Travail à la maison	- Exercices 11 et 15 p 14

Chapitre 12: Homothéties	Séance n° : 5	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 11 et 15 p 146 (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Annexe 1

Lycée:...........	Fiche TICE	Prof : ....
Thème : Approche d'une homothétie		Niveau : 2ème Sc
		Fiche enseignant

Public ciblé : 2ème année sciences

Séance n° 1 du chapitre : Homothétie

Conditions matérielles :
Suivant les conditions :

- Labo d'informatique

- Salle normale, équipée d'un ordinateur et d'un vidéoprojecteur

Durée : 1 heure

Objectifs

1. TICE :
   Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour conjecturer.
2. Mathématiques :
   - Enoncer la définition mathématique d'une homothétie
   - S'apercevoir de l'effet d'une homothétie sur un point et sur quelques ensembles des points selon la valeur de son rapport et l'emplacement de son centre.

Pré-requis cognitifs :

- Notion d'application dans le plan
- Le va et vient : vecteurs colinéaires $\Longleftrightarrow$ points alignés

Pré-requis techniques
L'enseignant doit envisager une séance d'initiation au logiciel utilisé (Cabri II ou Geogebra) ou préparer un tutorial bien élaboré

Difficultés et remèdes

Déroulement de la séance :
Demander aux apprenants d'exécuter la partie fichier qui leur était fournie

DébutChapitre

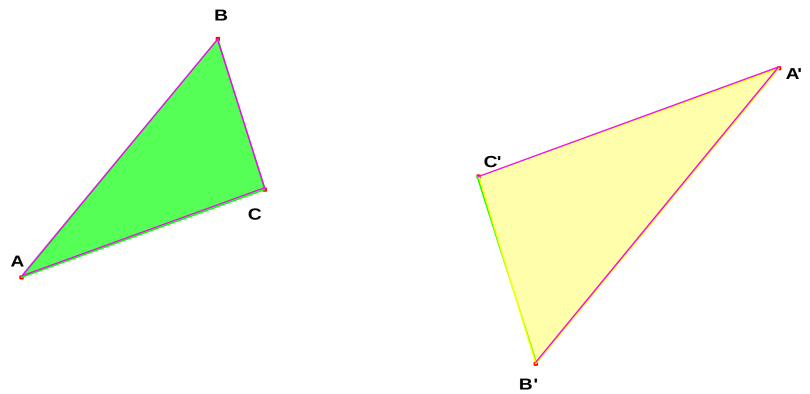
Annexe 2

Lycée:	Fiche TICE	Prof : ....
Thème : Approche d'une homothétie		Niveau : 2ème Sc
		Fiche élève

Exécuter les tâches suivantes:

Ouvrir le fichier : « Homothétie Acti d'approche » qui se trouve sur le bureau de votre ordinateur.
Ch12-Fig\Homothétie Activité d'approche.ggb

Enoncé: Dans la figure ci-dessous, A', B' et C' sont les images respectives de A, B et C par une certaine application f



II) Utiliser le logiciel CABRI (ou Geogebra) pour:

1) Vérifier que :

- les droites (AA') et (BB') sont sécantes. (On désignera par O leur point d'intersection)
- O appartient à (CC').

2) Que peut – on alors conclure concernant les vecteurs :

- $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OA'}$?
- $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OB'}$?
- $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OC'}$?
- **Appeler le professeur, lui montrer les différentes propositions**

3) Compléter le tableau ci – dessous :

OA'	OA	$\frac{OA'}{OA}$	OB'	OB	$\frac{OB'}{OB}$	OC'	OC	$\frac{OC'}{OC}$

- Appeler le professeur, lui montrer les différentes propositions

4) Exprimer alors :

- $\overrightarrow{OA'}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$

- $\overrightarrow{OB'}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{OC'}$ en fonction de $\overrightarrow{OC}$

Appeler le professeur, lui montrer les différentes vérifications

5) Si M désigne l'un quelconque des points A, B ou Cet M' son image par f, exprimer alors $\overrightarrow{OM'}$ en fonction de $\overrightarrow{OM}$.

Appeler le professeur, lui montrer votre proposition.

Commentaire** : l'application f qui à A, B et C a associé respectivement A', B' et C' est appelée homothétie de centre O et de rapport* $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ ***si $\overrightarrow{OM'}$ ***et*** $\overrightarrow{OM}$ ***ont le même sens et*** $-\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ ***sinon***

6) Enoncer la définition d'une homothétie de centre ω et de rapport k (k ∈ IR*)

Appeler le professeur, lui montrer votre proposition.

DébutChapitre

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 13
Rotations

Conçu par:

ABDESSLEM Tarek GAIDI Hatem JOUABER Aouicha

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

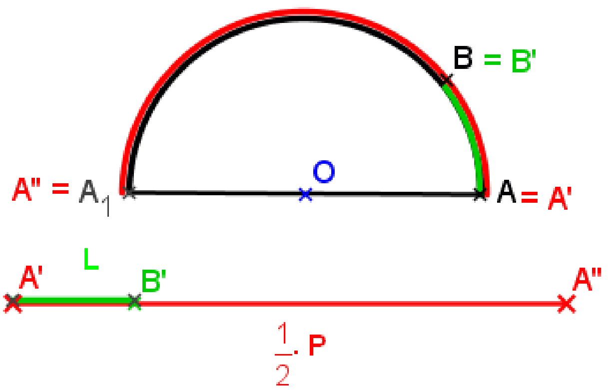
Dirigé par:

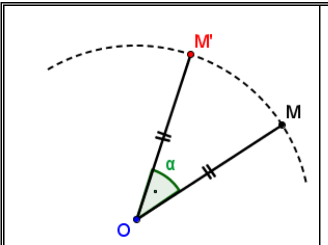
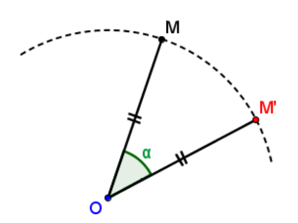
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

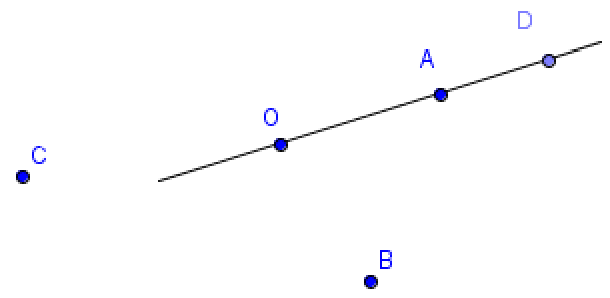
Chapitre 13: **Rotations**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître le radian - Convertir une mesure du degré en radian (et vice versa) - Reconnaître une rotation - construire l'image d'un point par une rotation

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Le radian **1) Définition**	**a) Approche intuitive** A et B sont deux points d'un demi - cercle (ζ) de centre O et de rayon r. On entoure (ζ) d'un fil rouge en partant de A et en s'orientant vers B comme l'indique la figure ci - dessous. Soit: - A_1 le point de (ζ) diamétralement opposé à A - A' le 1^er^ bout de fil qu'on place sur A - A'' le 2^ème^ bout de fil qui vient coïncider avec A_1 - B' le point du fil qui vient coïncider avec B alors la longueur du cercle (ζ) est: **P = 2.A'A'' =** $\pi.2r$  	20 minutes	
	b) Activité Activité 1 p 149	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
	c) Définitions • La distance A'B' notée L est appelée la longueur de l'arc [AB] du cercle (ζ) • le rapport $\frac{L}{r}$ est appelé une mesure en radians de l'angle au centre AÔB.	10 minutes	• Il est souhaitable que la définition émane des élèves

	Remarque: Le rapport $\frac{L}{r}$ ne dépend que de l'angle au centre AÔB : il est indépendant du rayon du cercle considéré. En effet, Soit deux demi - cercles concentriques (ζ) et (ζ') de rayons respectifs r et r'. Tant que: AÔB = A'Ô'B' alors $\frac{L}{r}=\frac{L'}{r'}$ et la valeur de chacun de ces deux quotients est la mesure de $A\hat{O}B$ en radians.	5 minutes	
2) Formule de conversion du degré en radian (et vice versa)	**a) Activité** Activité 2 p 149 **b) A retenir** Si α et β désignent les mesures d'un même angle respectivement en degrés et en radians alors on a: $\frac{\alpha}{180}=\frac{\beta}{\pi}$ (la proportionnalité est conservée.)	10 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
II) Définition d'une rotation **1) Définition**	**a) Activités préliminaires** Activité 4 et 3 p 148 **b) Activité d'approche** Activité 4 p 150 **c) Définition** Soit O un point donné du plan et α un réel donné de l'intervalle $[0,\pi]$. On appelle rotation de centre O et d'angle α, et on note: $r_{(O,\alpha)}$ toute application r définie par : $r_{(O,\alpha)}(M)=M'$ signifie $\begin{cases} OM=OM' \\ \widehat{MOM'}=\alpha \end{cases}$ De plus:  **Dans ce cas de figure, la rotation est dite directe et vice versa**  **Dans ce cas de figure, la rotation est dite indirecte et vice versa**	5 minutes 5 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

	d) Activités d'application - Activité 5 p 151 - Dans la figure ci-dessous: a) construire les points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par la rotation directe $r_{\left(O,\frac{\pi}{3}\right)}$ b) construire les points A'', B'' et C'' images respectives des points A, B et C par la rotation indirecte $r_{\left(O,\frac{2\pi}{3}\right)}$ c) Définir la rotation qui à A' associe A'', à B' associe B'' et à C' associe C'' 	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
	e) Remarques **R$_1$:** la rotation directe ou indirecte $r_{(O,\pi)}$ est la symétrie centrale de centre O **R$_2$:** la rotation directe ou indirecte d'angle nul est l'application identique dans le plan **R$_3$:** Si r est une rotation directe ou indirecte alors tout point M' du plan n'a qu'un seul antécédent M par r **R$_4$:** un point, son image par une rotation et le centre de cette rotation sont toujours les sommets d'un triangle isocèle (dont le sommet principal est le centre de cette rotation)	10 minutes	• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
2) Conservation des angles et des distances	**a) Activité** Activité 8 p 152 **b) Théorème** Pour tout point M, tout point N et tout point O du plan d'images respectives M', N' et O' par une rotation $r_{(I,\alpha)}$ on a: • **M'N' = MN**	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction

	(une translation conserve la distance) • $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON}$ (une translation conserve les angles) **c) Activité d'application** Exercice 8 p 158 (A faire à la maison)	5 minut es	

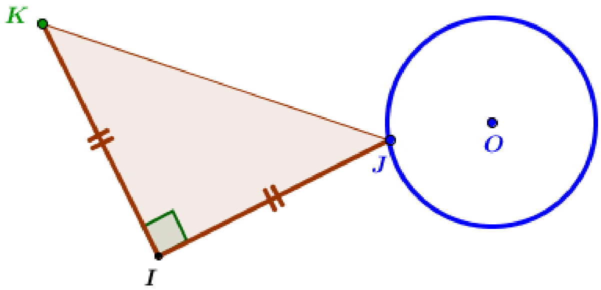
Travail à la maison	- Exercice 8 p 158 - Activités 9 page 152 et 15 p 154

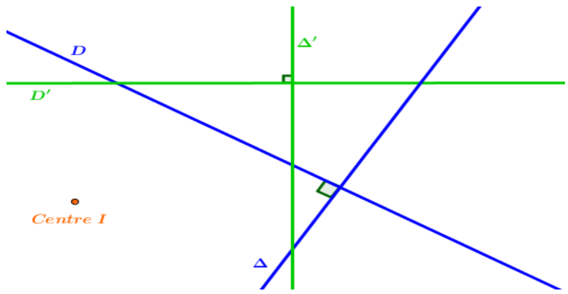
Chapitre 13:	Rotations	Séance n° : 2	Durée : 2 h

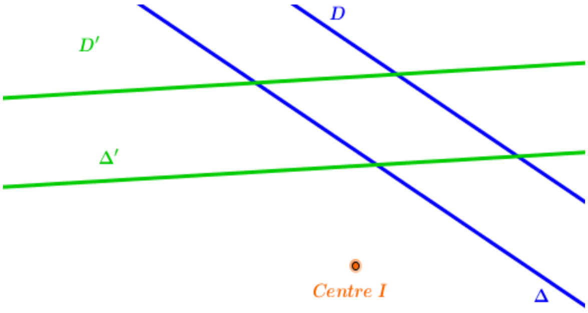
Aptitudes à développer	- construire et reconnaître l'image d'une droite, d'un segment et d'une demi-droite par une rotation - Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une rotation - Reconnaître et mettre en œuvre les propriétés d'une rotation pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité et de mesure des distances et d'angles

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 8 p 158 (travail à la maison) (Les activités 9 page 152 et 15 p 154 seront corrigées au cours de la séance)	5 minutes	• Les élèves participent à la correction
III) Images de certaines parties du plan **1) Image:** - **d'une droite** - **d'un segment** - **d'une demi-droite**	**a) Activité** Activité 9 p 152 (travail à la maison) **b) Théorème** Etant donnés une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et deux points distincts A et B d'images respectives A' et B' par $r_{(I,\alpha)}$ alors - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ de la droite (AB) est la droite (A'B') - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ du segment [AB] est le segment [A'B'] et on a [AB] isométrique à [A'B'] - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ de la demi-droite [AB) est la demi-droite [A'B') **c) Activité d'application** Activité 10 p 152	10 minutes 10 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves
2) Image d'un cercle	**a) Activité** Activité 15 p 154 (travail à la maison) **b) Théorème** Etant donnés une rotation $r_{(I,\alpha)}$, un réel	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les

	strictement positif R et un point O d'image O' par $r_{(I,\alpha)}$ alors l'image par $r_{(I,\alpha)}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de même rayon R **Lien vers une animation illustrative:** [Ch13-Fig\ImagesSegCerc.ggb] **c) Activité d'application (Problème de lieu)** Activité 16 p 154  Conjecture de la solution avec un logiciel de géométrie dynamique: [Ch13-Fig\Activité16p154.ggb]	5 minutes 10 minutes	élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année
IV) Autres Propriétés **1) Conservation du barycentre**	**a) Activité d'approche** Activité 13 p 153 **b) Théorème** Etant donnés une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $r_{(I,\alpha)}$ et deux réels non opposés α et β: G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) (**On dit que la rotation conserve le barycentre**) **Remarque:** Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés. **c) Conséquences** **C_1:** la rotation conserve le milieu: **I = A*B signifie I' = A'*B'** $(I'=r_{(I,\alpha)}(I),\ A'=r_{(I,\alpha)}(A)$ et $A'=r_{(I,\alpha)}(A))$ (**On dit que la rotation conserve le**	10 minutes 10 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe • Initier les élèves à exploiter les résultats acquis

2) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité	**milieu** **C$_2$:** Les images par une rotation de trois points alignés sont trois points alignés (une translation conserve l'alignement) **d) Activité d'application** Activité 11 p 153 **a) Activité** Montrer que les images par une rotation: a) de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires b) de deux droites parallèles sont deux droites parallèles **b) Théorème** Etant données une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et deux droites D et Δ • $\left.\begin{matrix} Si \quad r_{(I,\alpha)}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a: D \perp \Delta \end{matrix}\right\\} alors\ D' \perp \Delta'$ Les images de deux droites perpendiculaires par une rotation sont deux droites perpendiculaires (**On dit que la rotation conserve l'orthogonalité**)  **Lien vers une animation:** [Ch13-Fig\ImagesDrPerp.ggb] • $\left.\begin{matrix} Si \quad r_{(I,\alpha)}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ et\ on\ a: D // \Delta \end{matrix}\right\\} alors\ D' // \Delta'$ Les images de deux droites parallèles par une rotation sont deux droites parallèles	 10 minutes 10 minutes 10 minutes	 • Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

	(**On dit que la rotation conserve le parallélisme**)  **Lien vers une animation:** **[Ch13-Fig\ImagesDrParal.ggb]**		

Travail à la maison	- Activités 17 et 18 p 154 - Activités 21 p 155 et 22 p 156

Chapitre 13: **Rotations**	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Maître en œuvre les propriétés d'une rotation pour résoudre des problèmes d'orthogonalité de calcul d'aire et de reconnaissance d'élément de symétrie d'une figure

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IV) Autres propriétés (suite) **3) Conservation du contact**	**a) Activité** Activité 17 p 154 **b)Théorème** Etant donnés une rotation $r_{(I,\alpha)}$, un cercle ζ et une droite D tangente à ζ en un point A $\left.\begin{aligned} Si\ \ r_{(I,\alpha)}(\zeta)=\zeta' \\ et\ \ r_{(I,\alpha)}(D)=D' \\ et\ \ r_{(I,\alpha)}(A)=A' \end{aligned}\right\}$ alors D' est tangente à ζ' en en A' (**On dit que la rotation conserve le contact ou la tangence**)	10 minutes	. • L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des problèmes de lieu offre une bonne occasion pour apprécier le rôle des TICE pour fournir une conjecture
4) Conservation des aires	**a) Activité** Activité 18 p 154 (travail demandé) **b) Théorème** On admet que: • Une figure et son image par une rotation sont superposables • En particulier un polygone et son image par une rotation sont superposables: alors ils ont le même périmètre, la même aire et leurs angles homologues sont égaux	5 minutes	
5) Effet d'une translation sur une figure	[Ch13-Fig\Effet d'une rotation.ggb](Ch13-Fig\Effet d'une rotation.ggb)		

V) Figures globalement invariantes Eléments de symétrie d'une figure	**a) Activité d'approche** Activité 21 p 155 (travail demandé) **b) Définitions** • Une figure est dite globalement invariante par une application du plan si elle est l'image d'elle-même par cette application • Un point I est un centre de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie centrale de centre I • Une droite D est un axe de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie axiale d'axe D **c) Activité d'application** Activité 22 p 156		

Travail à la maison	- Exercices 7 et 10 p 163

Chapitre 13: Rotations	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 10 p 163 (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Lycée Secondaire IBN KHALDOUN Métouia

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 14
Géométrie analytique

Conçu par:

Farhat Ltaief Lotfi Brahim

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 14: Géométrie analytique	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Calculer les coordonnées du barycentre de 2 ou 3 points pondérés - Reconnaître et déterminer une équation cartésienne d'une droite - Déterminer les composantes d'un vecteur directeur d'une droite - Etudier les positions relatives de deux droites à partir de leurs équations

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Se rafraîchir la mémoire **1) Coordonnées d'un point Composantes d'un vecteur**	**a) Activité** Activité 1 p 93 **b) A retenir** • **Vecteurs colinéaires** • Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires **si et seulement si** il existe un réel α tel que: $\vec{u}=\alpha.\vec{v}$ • Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de représentants respectifs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires **si et seulement si** les droites (AB) et (CD) sont parallèles • **Repère cartésien du plan** On appelle repère cartésien (ou repère) du plan tout triplet $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ où O est un point quelconque du plan et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non colinéaires • **Base de l'ensemble des vecteurs** On appelle base de l'ensemble $\mathcal{V}$ de vecteurs du plan tout couple $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ où $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non colinéaires. • **Coordonnées d'un point du plan selon un repère** Dans un plan, on considère un repère cartésien $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ et un point quelconque M. on appelle coordonnées de M selon le repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ les termes de l'unique couple de réels (x,y) tels que: $\overrightarrow{OM}=x.\vec{u}+y.\vec{v}$ On note: $M\left(x,y\right)$ **x** est l'**abscisse** de M et **y** est l'**ordonnée**	10 minutes 15 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la formulation de ces rappels et le vocabulaire émanent des élèves

	de M • **Coordonnées du milieu d'un segment** Dans un plan rapporté à un repère cartésien $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$. Le point I est le milieu de [AB] **si et seulement si** $I(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2})$ • **Composantes d'un vecteur selon une base** Dans l'ensemble $\mathcal{V}$ de vecteurs du plan, on considère une base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ et un vecteur quelconque $\vec{u}$. On appelle composantes (ou coordonnées) de $\vec{u}$ selon la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ les réels uniques x et y tels que: $\vec{u}=x.\vec{i}+y.\vec{j}$ On note: $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ **x** est l'**abscisse** de $\vec{u}$ et **y** est l'**ordonnée** de $\vec{u}$ • **Composantes d'un vecteur défini par deux points** Dans un plan rapporté à un repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, si les points $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ • **Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs** Dans l'ensemble $\mathcal{V}$ de vecteurs du plan, rapporté à une base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires **si et seulement si:** $dét\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\begin{vmatrix}x & x'\\y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y=0$ **c) Activité d'application** Les questions a), b), c) et d) de l'exercice 1 de la page 92	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

2) Coordonnées du barycentre	**a) Activité** activité 2 p 93 **b) Théorème** On considère: - trois réels α, β et γ - et trois points $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ et $C(x_C, y_C)$ d'un plan rapporté à un repère cartésien $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ • Si α + β ≠ 0, G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) **si et seulement si** $G\left(\frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha + \beta}, \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha + \beta}\right)$ • Si α + β+γ ≠ 0, G est le barycentre des points pondérés (A, α), (B, β) et (C,γ) **si et seulement si**: $G\left(\frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma}, \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma}\right)$	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à exprimer l'ajout acquis de l'activité
II) Equation cartésienne d'une droite **1) Exemple**	**a) Activité d'approche** Activité 3 p 93	5 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves
2) Généralisation	**b) Condition nécessaire** Activité 4 p 94 • **A retenir** (Formulation de la solution de b)) Soit $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points distincts du plan. Les coordonnées x et y de tout point M de la droite (AB) vérifient une équation du type: **ax + by + c = 0** (a, b et c des réels donnés avec a et b non nuls au même temps) **Si M(x,y) ∈ (AB) alors ax+by+c=0**	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la formulation de la solution de b) émane des élèves • Inciter les élèves à exprimer a, b et c en fonction des coordonnées de A et B
	c) Problème de la réciproque Activité 5 p 94 • **A retenir**	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Sensibiliser les

	Si les coordonnées x et y de tout point M d'un ensemble vérifient une équation du type: $ax + by + c = 0$ où a, b et c sont des réels donnés tels que $(a,b) \neq (0,0)$ **alors** cet ensemble est une droite. **d) Théorème (Résumé)** Le plan est muni d'un repère cartésien et a, b et c sont des réels donnés tels que $(a,b) \neq (0,0)$ Un ensemble de points admet une équation de la forme: $\mathbf{ax+by + c = 0}$ **signifie** cet ensemble est une droite **Vocabulaire :** l'équation: $ax +by + c = 0$ avec $(a,b) \neq (0,0)$ est appelée équation cartésienne de la droite D. On écrit D: $ax + by + c = 0$ **Remarque:** $(a,b)\neq(0,0)$ signifie au plus l'un parmi les réels a et b est nul) **e) Activité d'application** - Activité 6 p 94 - Activité 7 p 95 (Proposer deux méthodes pour chaque cas) • **A retenir** Toute droite est parfaitement définie à l'aide de son équation cartésienne		élèves à la nécessité de la réciproque
		10 minutes	• Illustrer la différence entre les deux résultats partiels (dans un seul sens) et le théorème résumé • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions. • Donner un temps de recherche aux élèves
		10 minutes	• Inciter les élèves à exprimer l'ajout acquis de l'activité
III) Vecteur directeur d'une droite Droites parallèles **1) Vecteur directeur d'une droite**	**a) Définition** Soit A et B deux points distincts d'une droite D. On appelle vecteur directeur de D tout vecteur $\vec{u}$ non nul et colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ (y compris $\overrightarrow{AB}$) **b) Autre définition d'une droite** Activité 9 p 95 **c) Enoncé de la définition** Soit A un point du plan et $\vec{u}$ un vecteur non nul. L'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ soient colinéaires est une droite appelée la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$	15 minutes	

	d) Détermination d'un vecteur directeur à partir de son équation de la définition • **Activité** Activité 11 p 96 : • **A retenir** Si une droite D: ax + by + c =0 alors le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D **e) Activité d'application** Exercice 7 p 106	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à exprimer l'ajout acquis de l'activité • Donner un temps de recherche aux élèves

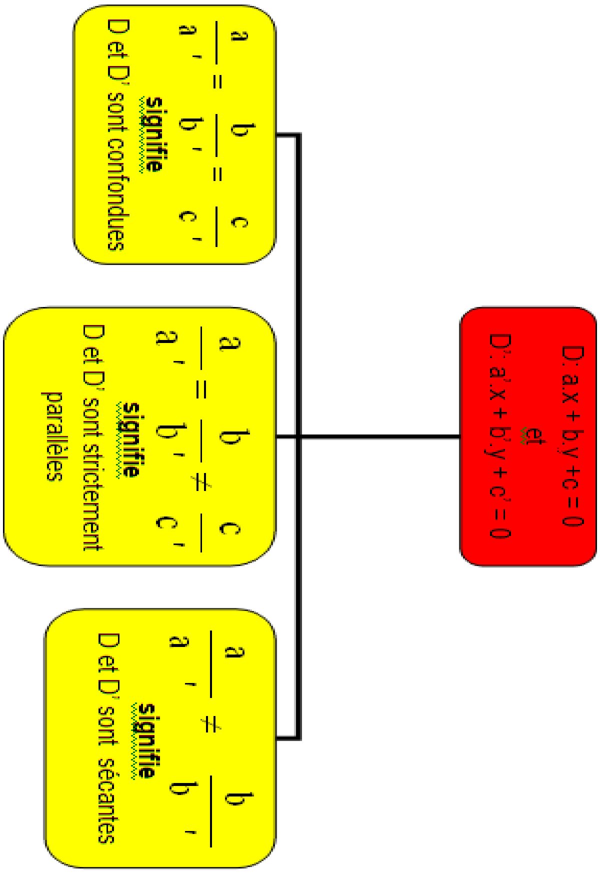
Travail à la maison	Exercices: 2 p 115 et 10 p 107

Chapitre 14:	Géométrie analytique	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Déterminer les composantes d'un vecteur normal à une droite - Montrer que deux droites sont perpendiculaires sachant à partir de leurs équations - Connaître et déterminer l'équation réduite d'une droite - Calculer la distance d'un point à une droite

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Exercice 10 p 107: on se contentera des exemples les plus délicats - Exercice 2 p 115	15 minutes	• Les élèves participent à la correction • on profitera de l'exercice 10 pour parler des cas particuliers: a, b ou c est nul • on profitera de l'exercice 2 pour exposer de différentes méthodes pour établir l'équation d'une droite selon les données
III) Vecteur directeur d'une droite Droites parallè-Les (suite) **2) Condition analytique de parallélisme de deux droites**	**a) Activité d'approche** Activité 13 p 97 **b) Théorème** Soient deux droites D : $ax + by + c = 0$ et D': $a'x + b'y + c' = 0$. D et D' sont parallèles **si et seulement si** $ab' - a'b = 0$ **c) Activité d'application** Activité 14 p 97	15 minutes	• Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction • Accorder aux élèves un temps de recherche

	d) Positions relatives de 2 droites d'après leurs équations 		• Initier les élèves à élaborer des moyens de synthèse (schémas, tableaux..)
IV) Vecteur normal à une droite - Droites perpendiculaires **1) Vecteur normal à une droite** **2) Droites perpendiculaires**	**a) Activité:** Activité 18 p 98 **b) Définition** On appelle vecteur normal à une droite tout vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de cette droite **c) Activité d'application** Activité 19 p 99 • **A retenir** Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite D d'équation: ax + by + c = 0 admet le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ pour vecteur normal **a) Activité:** Activité 21 p 99	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche ci-dessus. • Accorder un temps de recherche aux élèves

V) Equation réduite d'une droite Coefficient directeur **1) Définitions** **2) Droites parallèles**	• **A retenir** Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.Les droites D: ax + by + c = 0 et D': a'x + b'y + c'=0 sont perpendiculaires **si et seulement si** **aa' + bb' = 0** **b) Activité d'application** Activité 13 p 107 **a) Activité** Activité 23 p 100 **b) Définitions** Le plan est rapporté à un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$.Soit une droite D: ax + by + c = 0 où b≠ 0. Cette équation cartésienne de D est équivalente à une équation de la forme : **y = mx + p**. • L'équation y = mx + p est appelée l'équation réduite de la droite D • Le réel m est appelé le coefficient directeur **Remarque:** Si le repère est orthonormé, le coefficient directeur est aussi appelé la pente de la droite D • p est appelé l'ordonné à l'origine (c'est l'ordonnée du point de D d'abscisse 0, c'est alors l'ordonnée du point où D coupe l'axe des ordonnées) **c) Commentaires** Soit D la droite d'équation réduite y = mx + p Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite D et Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}m\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite D **d) Activité d'application** Activité 24 p 100 **a) Activité** Activités 25 p 101 **b) A retenir**	15 minutes 20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche ci-dessus. • Accorder aux élèves un temps de recherche • Accorder aux élèves un temps de recherche • Accorder aux élèves un temps de recherche

	Soient dans un plan rapporté à un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$, les droites D: y = mx + p et D’: y = m’x + p’ D et D’ sont parallèles **si et seulement si m = m’**		• Initier les élèves à exprimer l’ajout acquis suite à une activité
3) Droites perpendiculaires	**a) Activité** Activités 27 p 101 **b) A retenir** Soient dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les droites D: y = m.x + p et D’: y = m’x + p’ D et D’ sont perpendiculaires **si et seulement si m.m’ = -1**	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche • Initier les élèves à exprimer l’ajout acquis suite à une activité
VI) Distance d’un point à une droite **1) Définition**	**a) Activité d’approche** Soit D une droite du plan et M un point extérieur à D a) Construire le point H projeté orthogonal de M sur D b) Montrer que pour tout point N de D distinct de H, on a: MH < MN **Commentaire:** MH est appelée la distance de M à D **Liens d’illustration :** **Sur internet (Vidéo):** http://youtu.be/eL6Sw3faXkE **Avec cabri 3D** (dans ce dossier): Ch14 -Fig\DistPointDroite.ggb **b) Définition** Soit une droite D et un point A du plan, on appelle distance du point A à la droite D et on note d(A,D) la distance AH où H est le projeté orthogonal de A sur D. **c) Activité d’approche** Exercice 18 p 108	10 minutes 15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves

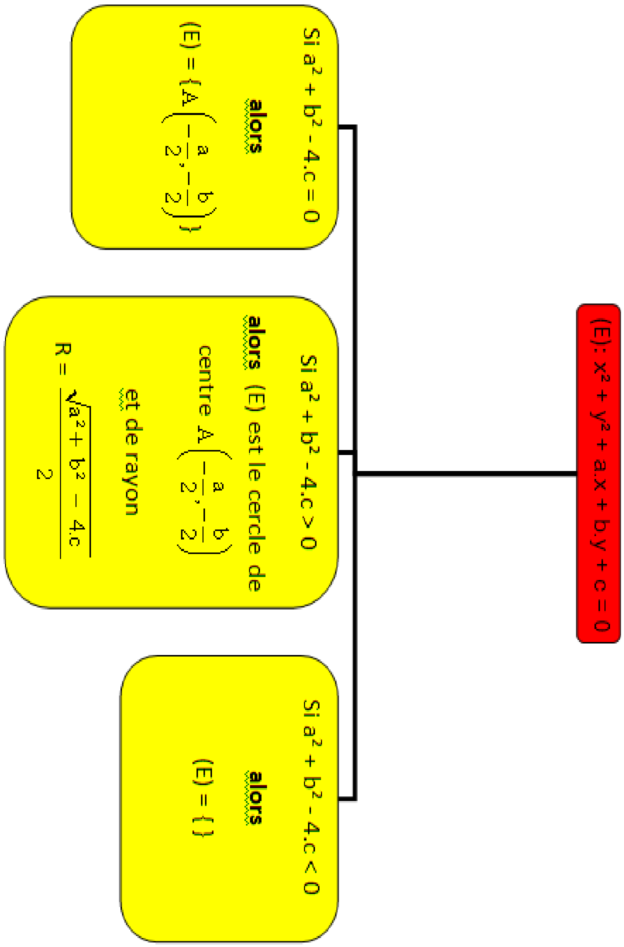
Travail à la maison	- Exercices : 12 et 14 p 107 - Activité 32 p 103

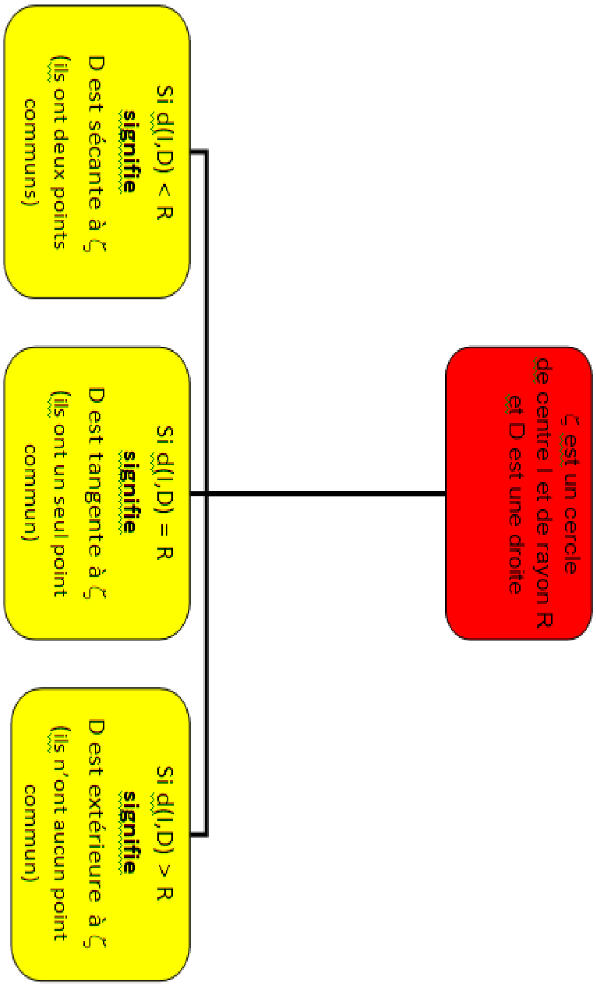
Chapitre 14: Géométrie analytique	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle - Déterminer l'ensemble de points M(x,y) tels que $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ - Déterminer la position d'un cercle et d'une droite

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Exercices 12 et 14 p 107 - Activité 32 p 103	15 minutes	• Les élèves participent à la correction
VI) Distance d'un point à une droite(Suite) **2) Expression de la distance d'un point à une droite** **VII) Equation d'un cercle** **1) Définition** **2) Ensemble d'équation: $x^2+y^2+ax+by+c=0$**	**a) Activité** Activité 31 p 103 **b) A retenir** Dans un plan muni d'un repère orthonormé, si une droite D : $ax + by + c = 0$ et un point $A(x_A,y_A)$ alors on a : $d(A,D)=\frac{\lvert ax_A+by_A+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ **c) Activité d'application** Exercice 18 p 108 **a) Activité** Activité 34 p 104 **b) Définition** Soit I(a,b) un point d'un plan muni d'un repère orthonormé et R un réel strictement positif. L'équation: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ est appelée équation cartésienne du cercle de centre I et de rayon R **c) Activité d'application** Exercice 19 p 108 **a) Activité** Activité 35 p 104 **b) A Retenir** Soient a, b et c des réels donnés et E	15 minutes 30 minutes	• . Accorder un temps de recherche aux élèves • Initier les élèves à exprimer l'ajout acquis suite à une activité • Accorder un temps de recherche aux élèves et se contenter de deux exemples • Initier les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité • Accorder un temps de recherche aux élèves

	l'ensemble de points M(x,y) selon un repère orthonormé tels que $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. On pose $h = \frac{a^2+b^2-4c}{4}$ • Si $h < 0$ alors l'ensemble E est vide • Si $h = 0$ alors $E = \left\{ I(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}) \right\}$ • Si $h > 0$ alors E est le cercle de centre $I(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$ et de rayon $R = \sqrt{h}$  	25 minutes	• Initier les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité et à se procurer des moyens de synthèse: tableaux, schémas…
	c) Activité d'application Activité 36 p 105	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
3) Positions relatives d'un cercle et une droite	**a) Activité d'approche** Activité 39 p 105 **b) A Retenir** Soit un cercle (C) de centre I et de rayon R et D une droite du plan. • Si $d(I,D) > R$ alors $(C) \cap D = \varnothing$	20	• Accorder un temps de recherche aux élèves

	• Si d(I,D) = R alors D et (C) sont tangentes • Si d(I,D) < R alors D coupe (C) en deux points distincts 	minutes	• Initier les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité et à se procurer des moyens de synthèse: tableaux, schémas…

Travail à la maison	- Exercices : 8 p 115 - Exercices 12, 13 et 14 p 116

Chapitre 14:	**Géométrie analytique**	Séance n° : 4	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IIX) Exercices intégratifs	Correction des exercices 8 p 115 et 12, 13 et 14 p 116 (travail demandé)		.

Lycée Mohammed Ali El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 15
Trigonométrie et mesures des grandeurs

Conçu par:
Abdelaziz Neji

Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 15: **Trigonométrie et mesures des grandeurs**	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Convertir la mesure d'un angle du rad en degré et vice-versa - Placer sur le demi-cercle trigonométrique un point associé à un angle donné - Reconnaître le sin et le cos d'un an angle - Mobiliser les propriétés du cos et sin dans les calculs

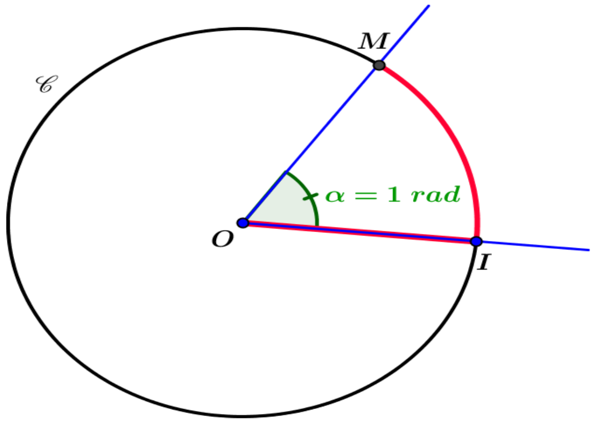
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Des mises au point **1) Le degré**	**a) Rappels** • On mesure un angle à l'aide d'un **rapporteur.** • **Le degré** est une unité de mesure d'angle telle que: 180° soit la mesure de l'angle plat (l'angle dont les côtés sont l'un dans le prolongement de l'autre). • Les sous-multiples du degré sont la minute (') et la seconde (''): **1 =60' et 1'=60''** on parle alors **de degrés sexagésimaux** (DMS). • Parfois on utilise aussi **les degrés décimaux**. Il s'agit d'une écriture dans laquell partie non entière est écrite sous forme décim **b) Exemple:** Convertir en degrés sexagésimaux la mesure 3.25° exprimée en **degrés décimaux** on a $0.25^\circ \longrightarrow a$ $1^\circ \longrightarrow 60'$ $a = 0.25 \times 60^\circ = 15''$ Donc $3.25^\circ = 3^\circ 15'$ **c) Application:** Exprimer en degrés sexagésimaux la mesure 57.29°	10 minutes	• Accorder Aux élèves un temps de recherche • Favoriser les bons essais des élèves

2) Le radian

a) Définition1:

Le radian est la mesure d'un angle au centre d'un cercle qui intercepte un arc de longueur égal au rayon de ce cercle.



b) Définition 2:

Soit un cercle ξ de centre O et de rayon [OI] avec OI=1 et soit $M \in \xi$, On appelle mesure en radians de l'angle $\widehat{IOM}$ le réel α égal à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{IM}$.

c) Remarques

Remarque1:

La définition du radian est indépendante du rayon du cercle et de l'angle au centre choisis.

Remarque2:

On symbolise le mot **radian** par: ‘’ **rad** ‘’.

Remarque3:

Si la mesure d'un angle est une fraction ou un multiple de π alors elle sera exprimée sans unité (on omettra l'abréviation ‘’ rad ‘’).

Exemples: $\widehat{AOB} = \frac{2\pi}{3}$; $\widehat{CID} = \pi$

15 minutes

3) Conversion degrés - radians

a) Règle

Angle	En rad	En (°)	Règle
Plat	π	180	$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{x}{180}$
Autre	α	x	

Les mesures α et x d'un angle respectivement en radians et en degrés sont proportionnelles à π et 180 d'où:

10 minutes

$$\frac{\alpha}{\pi}=\frac{x}{180}$$

b) Exemple:

- Si la mesure d'un angle en (°) est 1 alors sa mesure α en rad est:

$$\alpha=\frac{\pi}{180}\simeq 0.0174553292°$$

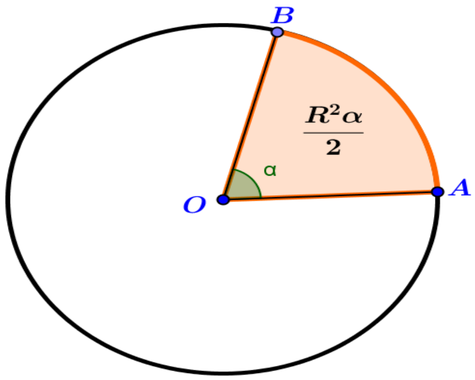
- Si la mesure d'un angle en (rad) est 1 alors sa mesure x en (°) est:

$$x=\frac{180}{\pi}\simeq 57.29^{\circ}=57^{\circ}17^{'}24^{''}$$

c) Conséquences.

* Un arc d'un cercle de rayon R a pour longueur **L=R.α** ; où α est la mesure en rad de l'angle au centre qui intercepte cet arc.

* Un secteur circulaire d'un cercle de rayon R a pour aire $\frac{R^2.\alpha}{2}$ où α est la mesure en rad de l'angle au centre qui intercepte l'arc du secteur.



d) Activité d'application

1) Convertir en radian ou en degré selon le cas, les angles suivants :

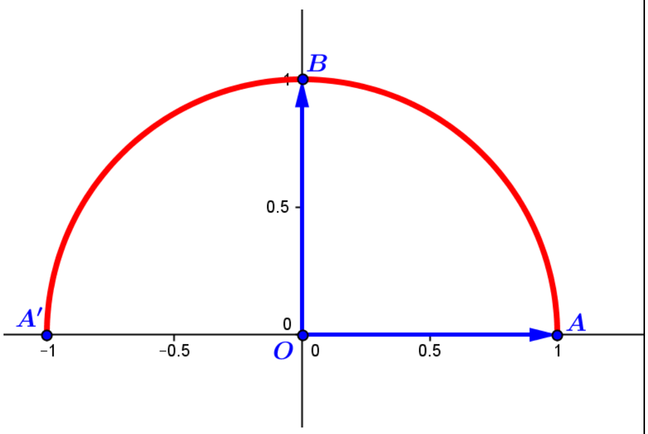
X°	0	30			90	18		
α_{rad}			$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$			$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$

2) Un angle a pour mesure 25°.Quelle est sa mesure en rad.

10 minutes

10

- Accorder aux élèves un temps de recherche

	e) Remarques. • Deux angles sont dits complémentaires si et seulement si leur somme est un angle droit. Deux angles sont dits supplémentaires si et seulement si leur somme est un angle plat.	minutes	
II) Demi -cercle trigonométrique	**a) Définition** Soit un plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$ on appelle demi – cercle trigonométrique le demi cercle de centre O, passant par B et sous-tendu par le diamètre [AA'] (A' étant le symétrique de A par rapport à O) . **b) Illustration graphique** 	5 minutes	
III) Lignes trigonométriques **1) Angle dans le demi – cercle trigonométrique**	**a) Activité d'approche** Activité 2 p 73 **b) Résultat 1** A tout réel α de l'intervalle $[0,\pi]$ correspond un point unique M du demi-cercle trigonométrique tel que: $\widehat{AOM}=\alpha\, rad$ où A(1,0). **c) Activité d'application** Construire sur un demi-cercle trigonométrique les points E, F, G et H qui correspondant respectivement aux réels: $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}$ *et* $\frac{5\pi}{6}$	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves

2) Cosinus –Sinus

a) Définition

Soit un angle α de $[0,\pi]$ et M le point du demi- cercle trigonométrique tel que $\widehat{AOM}=\alpha$ $\left(\left(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\right.$ est un repère orthonormé).

On appelle :

- **Cosinus** du réel α le réel noté cos α et défini par: cos α= $\overline{OH}$ où H est le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses: par suite cos α est l'abscisse de M
- **sinus** du réel α le réel noté sin α et défini par: sin α= $\overline{OK}$ où K est le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées: par suite cos α est l'ordonnée de M

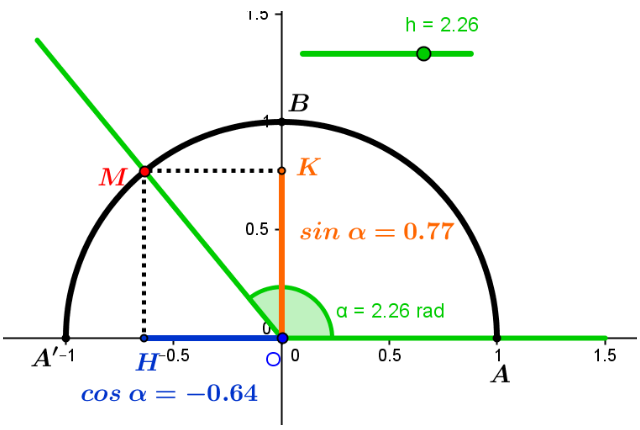
Résumé:

$$\alpha \in [0\ ,\ \pi] \rightarrow M \in \mathscr{C} \begin{cases} abs(M) = cos\ \alpha \\ ord(M) = sin\ \alpha \end{cases}$$

b) Lecture du cos et du sin d'un angle

Ouvrir ce lien

[Ch15 -Fig\cos et sin angle.ggb]



c) Conséquences

- H $\in$ $[AA']$ où A(1,0) et A'(-1,0)

donc pour tout α de $[0,\pi]$; $-1\leq cos\ \alpha \leq 1$

10 minutes

10 minutes

- Donner un temps de recherche aux élèves
- Il est Souhaitable que la définition émane des élèves
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

3) Cosinus – Sinus de deux angles supplémentaires	• $K \in [OB]$ où $B(0,1)$ donc pour tout $\alpha \in [0,\pi]$, on a: $0 \leq \sin\alpha \leq 1$ • Le triangle OMH est rectangle en H D'après le théorème de Pythagore $OH^2 + HM^2 = OM^2$ or HM=OK et OM=1 alors $OH^2 + OK^2 = 1$ et puisque $\overline{OH} = \cos\alpha$, $\overline{OK} = \sin\alpha$, on aura pour tout $\alpha \in [0,\pi]$, $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$ Notation $(\cos\alpha)^2$ sera noté $\cos^2\alpha$ et $(\sin\alpha)^2$ sera noté $\sin^2\alpha$ Pour tout α de $[0,\pi]$, $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ **d) Remarque** En première année, on a vu les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle donc les angles étaient aigus; par contre cette année, on peut considérer des angles obtus d'où la nécessité d'un demi-cercle **a) Activité d'approche** Activité 7 page 74 **b) A retenir** Pour tout α de $[0,\pi]$, on a: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$ $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$ **c) Activité d'application** Activité 8 page 75	15 minutes 10 minutes	• Inciter les élèves à énoncer ces déductions.

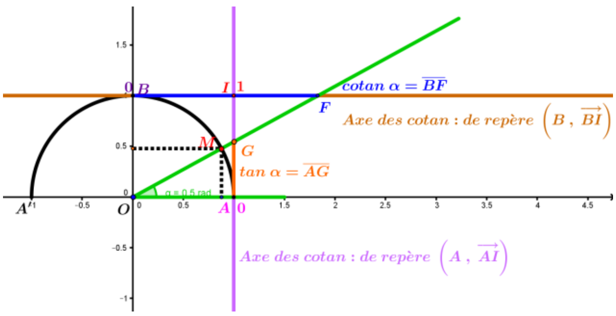
Travail à la maison	- Exercice 1 p 89 - Activité 9 page 75 - Activité 12 p 76

Chapitre 15:	Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaître, la tangente et la cotangente d'un angle (lorsque c'est défini) - Déterminer le sinus, la tangente et la cotangente du complémentaire et du supplémentaire d'un angle - Construire un angle à partir de l'un de ses rapports trigonométriques - Etablir et savoir appliquer la loi des sinus

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison: Exercice 1 p 89 (les activités 9 p 75 et 12 p 76 seront corrigés au cours de la séance)	10 minutes	Les élèves participent à la correction
4) Cosinus –Sinus de deux angles complémentaires	**a) Activité d'approche** Questions 1 et 2 de l'activité 9 page 75 **b) A retenir** Pour tout α de $[0,\pi]$, on a: cos $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ = sin α sin $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ = cos α **c) Activité d'application** Question 3 de l'activité 9 page 75	10 minutes	• Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
5) Tangente – cotangente	**a) Définitions** • Soit un angle α de $[0,\pi]$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ On appelle **tangente** du réel α le réel noté **tan α** et défini par: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ • Soit un angle α de $]0,\pi[$ On appelle **cotangente** du réel α le réel noté **cot α** et défini par: $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	20 minutes	• Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité1 de ce paragraphe.

	b) Activité d'application Activité 11 p 76 **c) Lecture graphique** • Activité : Correction de l'activité 12 p 76 • Illustration graphique: Ouvrir le lien [Ch15 -Fig\Tan et cotan angle.ggb]  **d) Propriétés** **i) Activité 13 page 77** **ii) A retenir** Pour tout α de $[0,\pi]$ • Si $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, $1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ • Si $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq \pi$ alors $1+\cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ <u>Remarque</u>: On note $\tan^2\alpha$ et $\text{cotan}^2\alpha$ au lien de $(\tan\alpha)^2$ et $(\cot\alpha)^2$ **iii) Application** Activité 14 page 77 **e) Angles complémentaires - Angles supplémentaires** **Activité** Soit α de $[0,\pi]$. Exprimer à l'aide de $\tan\alpha$ et $\cot\alpha$,les réels 1°) $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ et $\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ 2°) $\tan(\pi-\alpha)$ et $\cot(\pi-\alpha)$ pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \pi$ **A retenir:**	15 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche • Accorder aux élèves un temps de recherche

IV) Applications **1) Construction d'un angle connaissant l'un de ses rapports trigonométriques** **2) Loi des sinus**	• pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$ • pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \pi$ $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$ $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$ **Application** Question 3 de l'activité 15 page 77 **Activité 19 p 78** On traitera les questions 1°) et 2°) en classe et on chargera les élèves de chercher la question 3°) chez eux. Cliquer sur les liens suivants pour voir pour voir une solution: Ch15 -Fig\cosxoy=0.8.ggb **Ch15 -Fig\sinMON=0.35.ggb** **a) Activité 20 p 78** **b) A retenir** Pour tout triangle ABC, on a: $\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}}$ Où : a, b et c désignent les mesures respectives des côtés $[BC], [AC]$ et $[AB]$ $\widehat{A}, \widehat{B}$ et $\widehat{C}$ désignent respectivement les angles: $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ **a) Activité d'application** Activité 21 p 78	15 minutes 20 minutes 25 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à fixer un algorithme de construction. • Accorder un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

Travail à la maison	- la question 3°) de l'activité 19 p78 - Activités 17 p 78, 23 et 24 p 79 - Exercices 10 et 13 p 46

Chapitre 15: Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	Mobiliser le théorème des bissectrices, la loi des sinus et le théorème d'El-Kashi pour calculer des longueurs, des aires des angles de $[0,\pi]$ à partir de leurs lignes trigonométriques
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison: - la question 3°) de l'activité 19 p78 - Activité 17 p 78 (les activités 23 et 24 p 79 seront corrigés au cours de la séance)	15 minutes	• Le résultat de la question 3 de l'activité 17 p 78 est à retenir .
3) Théorème des bissectrices	**a) Activité 23 p 79** (Travail demandé) **b) A retenir** Soit : - un triangle ABC - I le point où la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe $[BC]$ - J le point où la bissectrice extérieure de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe (BC) alors on a: $\frac{AB}{AC}=\frac{IB}{IC}=\frac{JB}{JC}$	15 minutes	• Dans tout triangle, la bissectrice intérieure d'un angle divise le côté opposé en deux segments de longueurs proportionnelles à celles des côtés adjacents
4) Aire d'un triangle	**a) Activités 24 p 79** (Travail demandé) **b) A retenir** Si dans un triangle ABC, on désigne par: - a, b et c: les mesures respectives des côtés $[BC],[AC]$ et $[AB]$ - $\widehat{A}, \widehat{B}$ et $\widehat{C}$:les angles respectifs: $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ - R : le rayon de son cercle circonscrit alors on a: $\frac{a}{\sin\widehat{A}}=\frac{b}{\sin\widehat{B}}=\frac{c}{\sin\widehat{C}}=2R$	15 minutes	

	c) **Activité 26 p 80** d) **A retenir** L'aire S d'un triangle ABC vérifie: $S=\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}=\frac{1}{2}ac\sin\widehat{B}=\frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$ $=\frac{abc}{4R}$	20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
5) Théorème d'El-Kashi	a) **Activités 28 p 80** b) **A retenir** Dans tout triangle ABC, on a: $a^2=b^2+c^2-2bc.\cos\widehat{BAC}$ $b^2=a^2+c^2-2ac.\cos\widehat{ABC}$ $c^2=a^2+b^2-2ab.\cos\widehat{ABC}$ (a, b et c: les mesures respectives des côtés $[BC],[AC]\ et\ [AB]$)	20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
6) Relations métriques dans un triangle rectangle	a) **Activités 35 p 82** b) **Activités 36 p 82** c) **A retenir** Dans tout triangle ABC rectangle en A on a: * $AB\times AC=AH\times BC$ * $AH^2=HB\times HC$ * $AB^2=BH\times BC$ * $AC^2=CH\times CB$ * $BC^2=AB^2+AC^2$ (H étant le pied de la hauteur issue de A)	20 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • La définition et les propriétés des triangles semblables sont à retenir
7) Exemple de problème	**Exercice 7 p89**	10 minutes	

Travail à la maison	- Exercice 6 p 89 - Exercice 9 p 89 - Exercice 19 p 90

Chapitre 15: Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction du travail à la maison:		• On favorisera les bons essais des élèves .

Lycée Tahar Al-Haddad El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 16

Droites et plans de l'espace

Conçu par:

Hfidhi Ahmed Jemai Laroussi Msaadi Jamel Zaghbani Maher

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 16:	Droites et plans de l’espace	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	– Reconnaître des solides dans l’espace – Les axiomes de base – Détermination d’un plan
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire

I) Se rafraîchir la mémoire

1) Solides de l’espace

a) Activité 1 p118

Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Nom du solide	Figure	Nombre de faces	Nombre d’arêtes	Forme de la base	Volume
Cube					
Nombre de sommets					
Parallélépipède					
Pyramide					
Tétraèdre					
Prisme droit					

Commentaire : • Accorder aux élèves un temps de recherche

2) Les axiomes de base

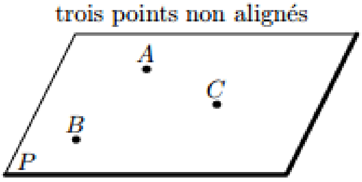
b) Enoncés des axiomes

En général dans l’espace on admet les quatre axiomes suivants :

Axiome 1:

Par trois points non alignés passe un seul plan P

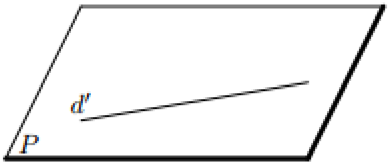
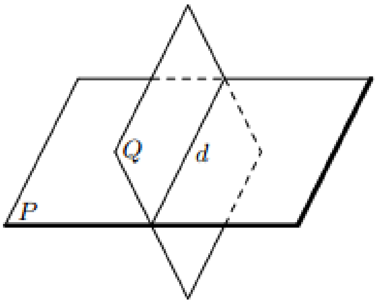
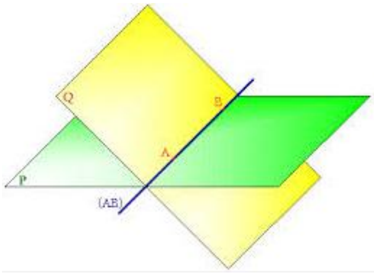
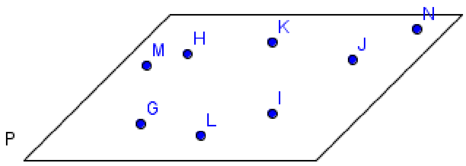
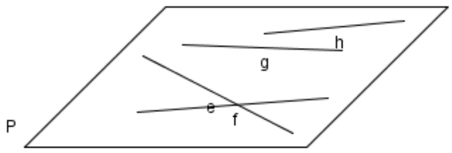
trois points non alignés



Durée : 20 minutes

Axiome 2:

Si un plan P contient deux points distincts A et B alors il contient toute la droite (AB) (tous les points de la droite (AB) appartiennent à ce plan). On dit que: la droite (AB) est incluse dans le plan et on note: **$(AB) \subset P$**

	Axiome 3: Si deux plans ont un point commun alors ils sont sécants suivant une droite passant par ce point    **Axiome 4** Tous les résultats de la géométrie plane sont applicables dans chaque plan de l'espace **c) Activité d'application** Activité 3 p 119		
II) Détermina-tion d'un plan **1) Points Coplanaires Droites coplanaires**	**a) Activité d'approche** Activité 5 p 120 **b) Enoncés des définitions** • Des points de l'espace sont coplanaires **signifie** qu'ils sont contenus dans un même plan.  • Des droites de l'espace sont coplanaires **signifie** qu'elles sont contenues dans un même plan.  	10 minutes	• Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves
2) Détermina-tion d'un plan	**a) Activité d'approche** Activité 4 page 120 **Solution**		

	Soit M et N deux points distincts de Δ et un point A $\notin \Delta$, alors A, M et N ne sont pas alignés. D'après l'**axiome 1,** il existe un seul plan P contenant A, M et N donc A et Δ (cet axiome confirme l'existence et l'unicité) **b) A retenir** Un plan de l'espace peut être déterminé par la donnée de: • 3 points non alignés • Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite **c) Activité d'application** Activité 6 p 120	25 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	- Activités 8 et 9 p 121 - Enoncer une 3ème méthode de détermination d'un plan (En plus de 2 méthodes déjà énoncées ci-dessus)

Chapitre 16:	Droites et plans de l'espace	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	Positions relatives : • de deux droites • d'une droite • d'un plan et deux plans
Supports pédagogiques	- ...

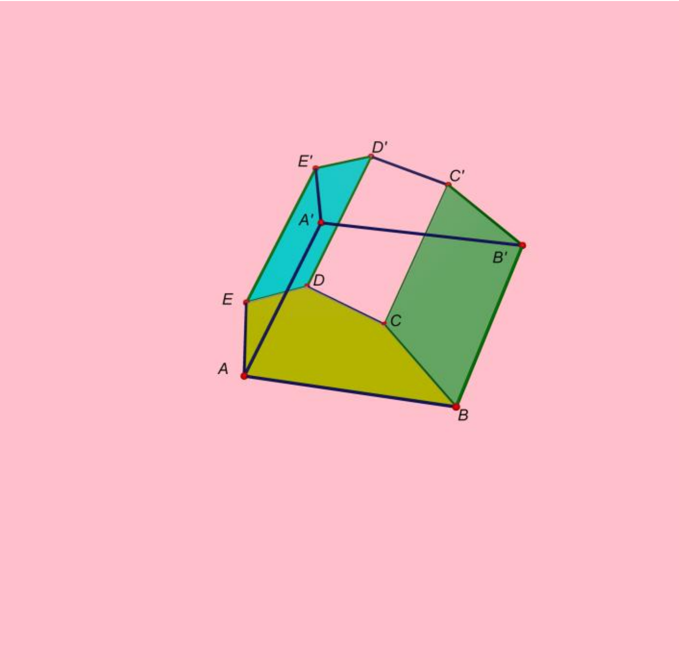
<table>
<tr><th>Paragraphes</th><th>Démarche</th><th>Durée</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td>Correction du travail à la maison</td><td>15 minutes</td><td>• Les élèves participent à la correction</td></tr>
<tr><td>

III) Positions relatives de deux droites, deux plans et d'une droite et d'un plan de l'espace

1) Positions relatives de deux droites de l'espace

</td><td>

a) Activité



. Compléter le tableau ci-dessous en déterminant à chaque fois la position relative des droites qui portent les arêtes indiquées du prisme ci-dessus:

<table>
<tr><th>Les arêtes</th><th>Réponse de 'élève</th></tr>
<tr><td>[AE] et [CD]</td><td></td></tr>
<tr><td>[AE] et [C'D']</td><td></td></tr>
<tr><td>[AE] et [BB']</td><td></td></tr>
<tr><td>[C'B'] et [E'D']</td><td></td></tr>
<tr><td>[EE'] et [B'B]</td><td></td></tr>
</table>

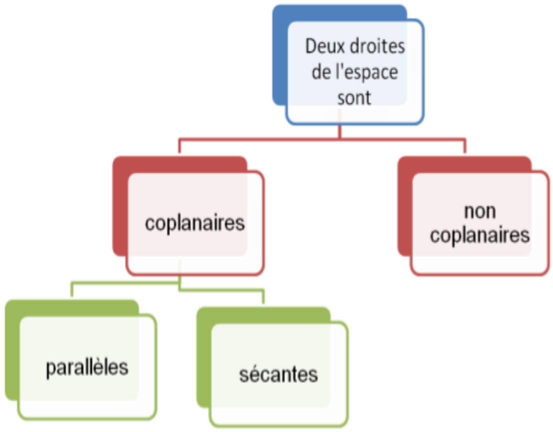
</td><td>10 minutes</td><td>• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction</td></tr>
</table>

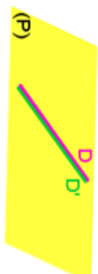
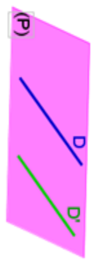
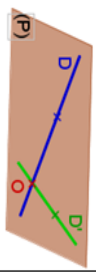
b) A retenir

Deux droites de l'espace peuvent être:

- Sécantes ou parallèles: dans ces deux cas, on dit qu'elles sont coplanaires (on peut trouver un plan qui les contient à la fois)
- Ni sécantes ni parallèles: dans ce cas, on dit qu'elles sont non coplanaires (il est impossible de trouver un plan qui les contient à la fois)

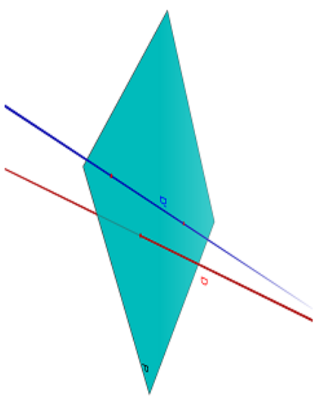


- **Coplanaires**

Deux droites D et D' de l'espace peuvent être	Coplanaires		
	Parallèles		sécantes
	Confondues	Strictement parallèles	Sécantes
Illustration graphique			
L'intersection	D = D'	L'ensemble vide	Ensemble formé d'un seul point

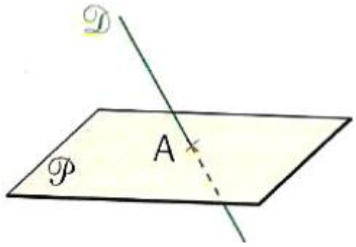
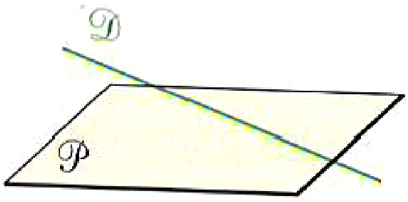
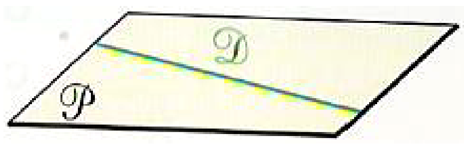
- **Non coplanaires**

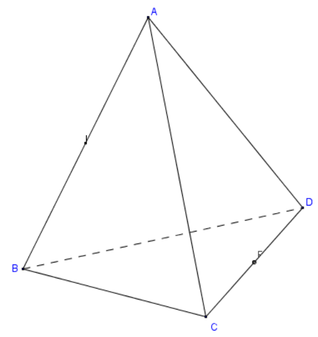
Leur intersection est vide

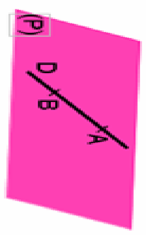
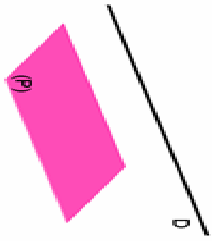
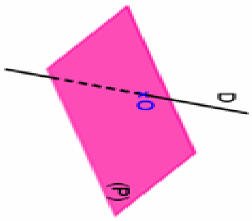


15 minutes

- Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité a) de ce paragraphe.

	c) Activité d'application Activité 11 p122	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves
2) Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace	**a) Activité** Activité 12 p 122	5 minutes	
	b) Cas possibles • D et P sont sécants en un point A D∩P = {A}  • D et P sont disjoints: D ∩ P = ∅  • La droite D est contenue dans le plan P (D ∩ P = D) 	15 minutes	
	c) Définitions et vocabulaire • On dit qu'une droite et un plan sont sécants lorsque leur intersection est réduit à un seul point. On dit que la droite perce le plan ou que le plan coupe la droite • On dit qu'une droite et un plan sont parallèles lorsque leur intersection est vide (strictement parallèle) ou si la droite est incluse dans le plan		• Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité a) de ce paragraphe.
	d) Activité d'application Soit ABCD un tétraèdre, I = A*B ; J = C*D et G le centre de gravité du triangle ACD 1) Montrer que (IG) et (BJ) sont sécantes 2) En déduire que la droite (IG) perce le plan (BCD) en un point E que l'on déterminera	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves



une droite D et un plan P de l'espace peuvent être	Parallèles		sécants
Illustration graphique	$D \subset P$ (D a au moins 2 points dans P) 	D est strictement parallèle à P 	D est sécante à P 
L'intersection	D	L'ensemble vide	Ensemble formé d'un seul point

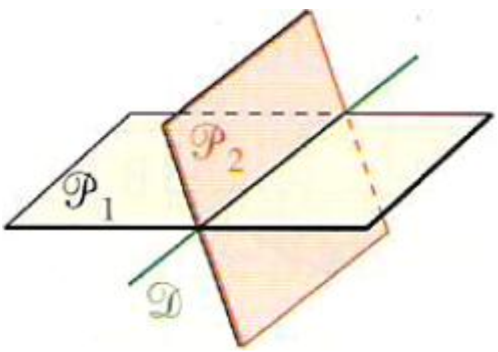
3) Positions relatives de deux plans de l'espace

a) Activité

Activité 14 p 123

b) Cas possibles

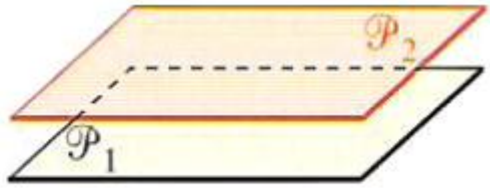
- P et Q sont sécants suivant une droite D



- P et Q sont strictement parallèles ($P \cap Q = \emptyset$)

5 minutes

- Accorder aux élèves un temps de recherche

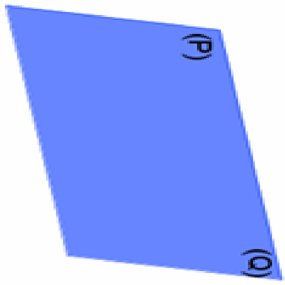
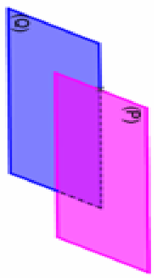
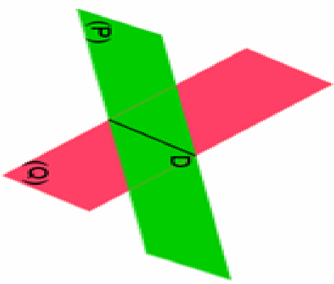


- P et Q sont confondus

c) Définitions et vocabulaire

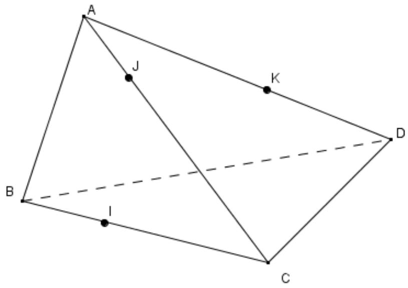
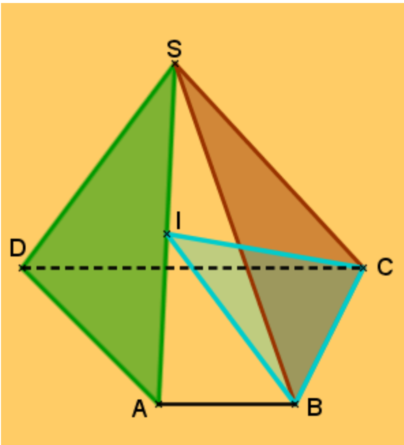
Deux plans de l'espace sont dits:

- Parallèles: s'ils sont confondus ou si leur intersection est vide (strictement parallèles)
- Sécants: si leur intersection est réduite à une droite

Deux plans P et Q de l'espace peuvent être	Illustration graphique	L'intersection
Parallèles	P et Q sont confondus 	P = Q
	P et Q sont strictement parallèles 	L'ensemble vide
sécants	P et Q sont sécants 	Une droite D

15 minutes

- Inciter les élèves à déduire ces définitions du vocabulaire de l'activité d'approche ci-dessus.

	d) Activités d'application **I)** Soit ABCD un tétraèdre. I ∈ [BC], J ∈ [AC] et K ∈ [AD] 1) Déterminer l'intersection des plans (ACI) et (BDJ) 2) Déterminer l'intersection de plans (ABK) et (CDJ)  **II)** Dans la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. I est le milieu de l'arête [SA]. 1°) a) Montrer que le point I appartient à l'intersection des plans(SAD) et (BCI). b) Montrer que les plans (SAD) et (BCI) ne sont pas confondus. c) Déduire la nature de l'intersection D de ces deux plans. 2°) Prouver que chacun des plans(SAD) et (BCI) est sécant au plan (ABC) suivant une droite qu'on déterminera. 3°) Déduire une construction de D.  	10 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	Activités 19, 20 et 21 et 23 page 124 et 23 page 125

Chapitre 16: Droites et plans de l'espace	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IV) Exercices intégratifs	Correction des Activités 19, 20 et 21 et 23 page 124 et 23 page 125 (travail demandé)		.

Lycée Oued Ennour El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 17

Parallélisme dans l'espace

Conçu par:

Béchir Gueryani **Jilani Esbai** **Nizar Fathalli**

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

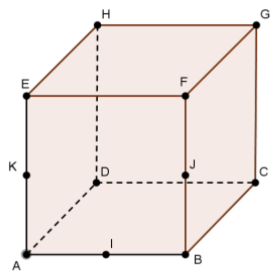
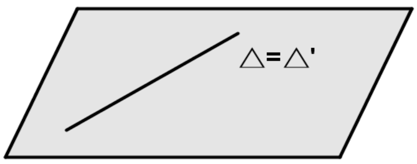
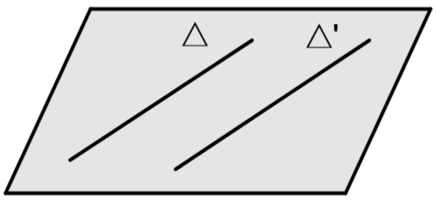
Dirigé par:

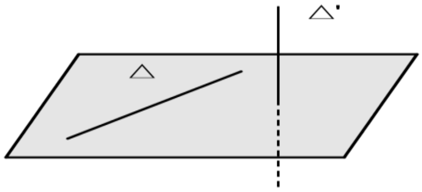
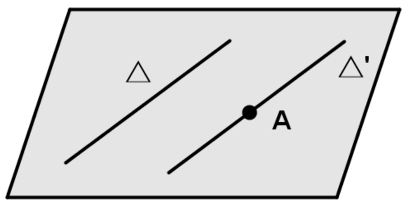
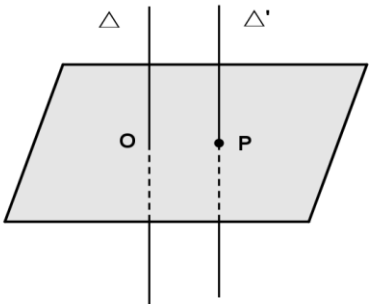
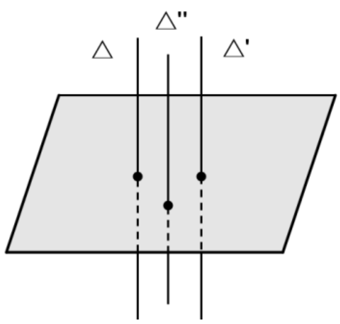
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

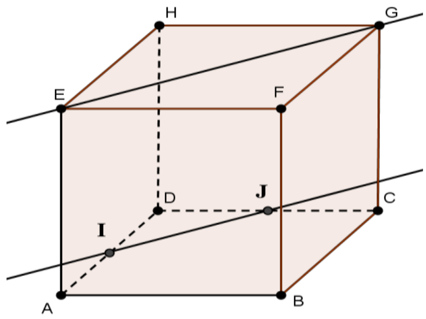
Chapitre 17 : **Parallélisme dans l'espace**	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	l'élève sera capable d'utiliser les propriétés du parallélisme de droites dans l'espace pour la résolution problèmes

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Droites parallèles **1) Définition**	**a) Activité d'approche:** Dans la figure ci-dessous $ABCDEFGH$ est un cube et I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[AB], [BF]$ et $[AE]$. 1) a) Les droites (IJ) et (AF) sont-elles coplanaires ? b) Les droites (IJ) et (AF) sont-elles parallèles ? 2) Les droites (IK) et (HJ) sont-elles parallèles ?  **b) Enoncé de la définition** Deux droites de l'espace sont parallèles **signifie** elles sont coplanaires (contenu dans le même plan) et parallèles dans ce plan.  	15 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

	Attention ! Deux droites D et D' de l'espace, telles que $D \cap D' = \emptyset$ ne sont pas nécessairement parallèles 	5 minutes	• Deux droites strictement parallèles déterminent un unique plan
2) Propriétés	**a) Activité** Activité 2 p 127		
	b) Enonce de la propriété 1 Par un point A extérieur à une droite Δ on ne peut faire passer qu'une seule droite Δ' parallèle à la droite Δ. 	20 minutes	• Il est souhaitable que les propriétés émanent des élèves
	c) Enoncé de la propriété 2 Si deux droites sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre 		• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
	d) Enoncé de la propriété 3 Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors sont parallèles entre elles 		

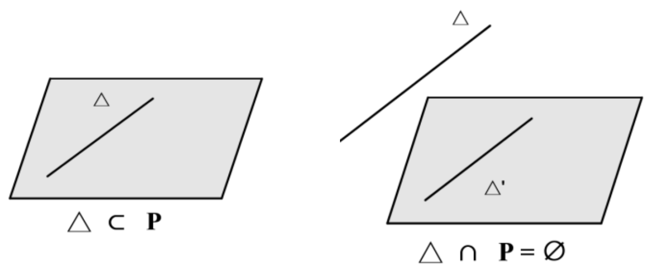
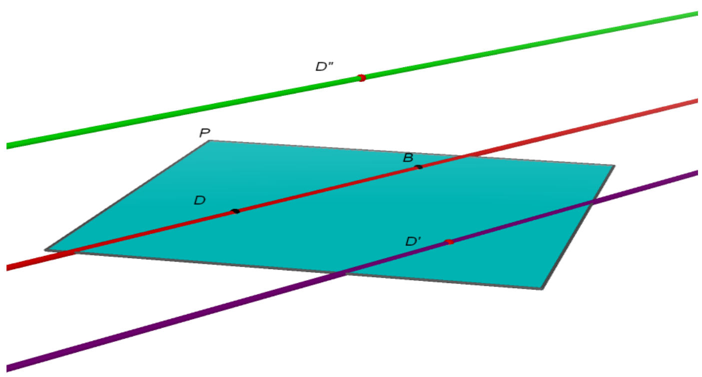
	e) Activité d'application Soit ABCDEFGH un cube, I et J les milieux respectifs de [AD] et [DC]. Montrer que les droites (IJ) et (EG) sont parallèles  	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

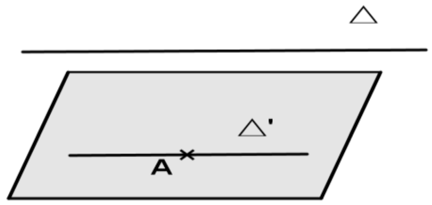
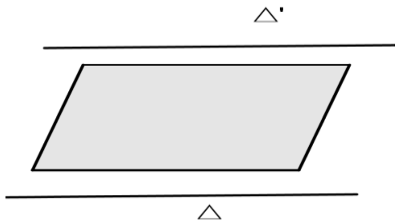
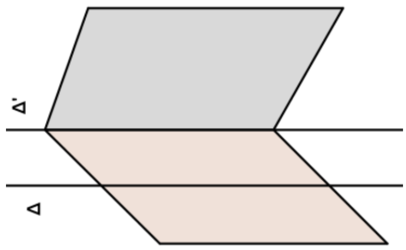
Travail à la maison	Activités 4 et 5 p 128

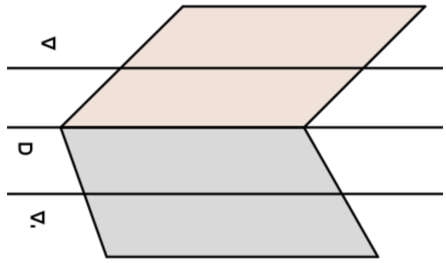
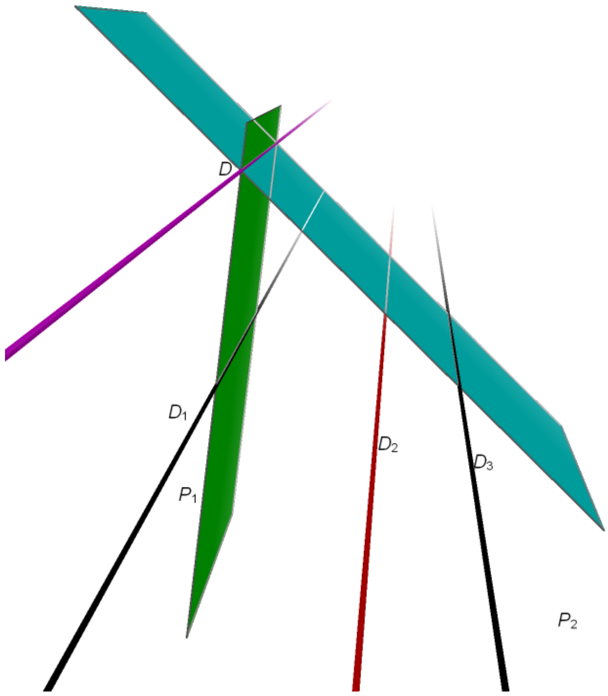
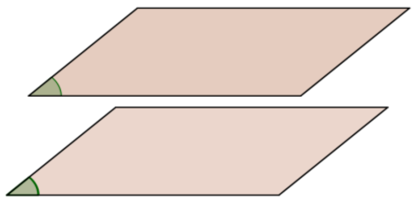
Chapitre 17 :	Parallélisme dans l’espace	Séance n° : 2	Durée : 2 h

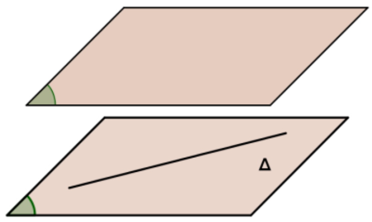
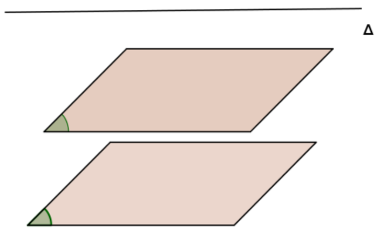
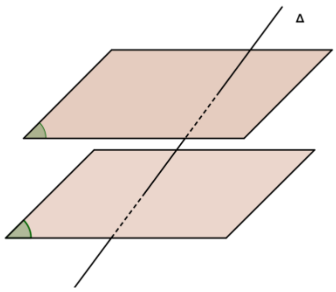
Aptitudes à développer	- Prouver qu’une droite et un plan sont parallèles - Prouver que deux plans sont parallèles - Mettre en œuvre les propriétés du parallélisme entre droite et plan pour résoudre des problèmes

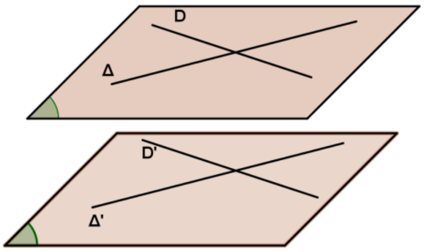
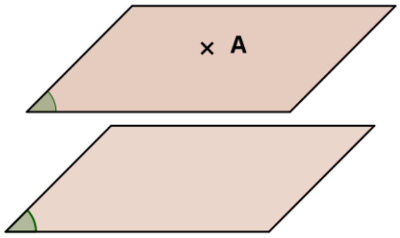
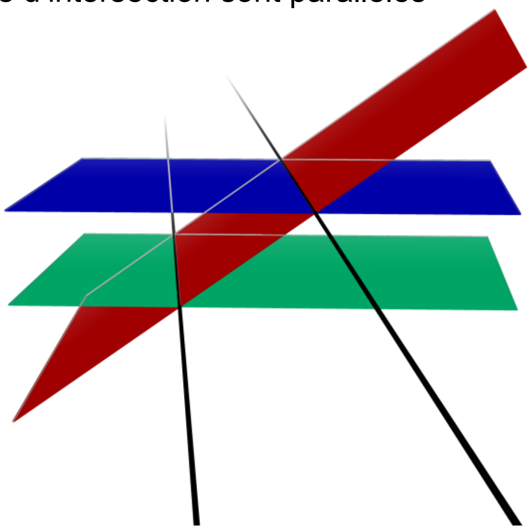
Supports pédagogiques	- …

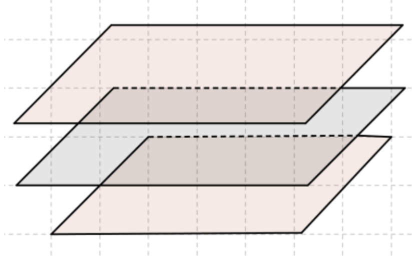
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction l’activité 4 p 128 (travail à la maison)	10 minutes	• Les élèves participent à la correction
II) Droite parallèle à un plan de l’espace **1) Définition**	• **Activité d’approche** . Activité 5 p 128 (travail à la maison) • **Enoncé de la définition** Une droite Δ est parallèle à un plan P **Signifie** elle est parallèle à une droite Δ' de ce plan et on note: Δ // P  	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire la définition de l’activité d’approche de ce paragraphe. • Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction
2) Propriétés	**a) Propriété 1** • **Activité d’approche** Soit Δ une droite parallèle à un plan P et A un		• Accorder un temps de recherche aux élèves

	point de P, on désigne par Δ' la droite passant par A et parallèle à Δ a- Montrer par l'absurde que Δ' est incluse dans le plan P c- Conclure • **Enoncé de la propriété 1** Si une droite Δ et un plan P sont parallèles alors toute droite parallèle à Δ et passant par un point de P est incluse dans le plan P  **b) Autres propriétés** • **Activité d'approche** Activité 7 p 129 • **Enoncé de la propriété 2** Si deux droites sont parallèles alors tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.  • **Enoncé de la propriété 3** Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle à leur droite d'intersection.  • **Enoncé de la propriété 4**	10 minutes 20 minutes	• Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves à déduire ces énoncés de l'activité d'approche de ce paragraphe.

	Si deux plans sécants sont parallèles à une même droite Δ alors leur droite d'intersection D est parallèle à Δ   		
	• **Activités d'application** Activité 8 page 130	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves .
III) Plans parallèles **1) Définition**	**Enoncé de la définition** Deux plans **P** et **Q** sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun, ou lorsqu'ils sont confondus $(P//Q)$ *signifie* $\left(P\cap Q=\varnothing \text{ ou } P=Q\right)$ 	5 minutes	

2) Propriétés	**a) Propriétés 1 et 2** • **Activité** Activité 11 p 130 • **Enoncé de la propriété 1** Si deux plans sont parallèles alors toute droite de l'un d'eux est parallèle à l'autre (plan). 		• Accorder aux élèves un temps de recherche
	• **Enoncé de la propriété 2** Si deux plans **P** et **Q** sont strictement parallèles alors : Toute droite Δ parallèle à l'un est parallèle à l'autre.  Toute droite Δ qui coupe l'un coupe l'autre. 	15 minutes	• Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-dessus.
	b) Propriété 3 • **Activité** Activité 12 p 131 • **Enoncé de la propriété 3** Deux plan sont parallèles si et seulement si deux droites sécantes de l'un sont parallèles à deux droites sécantes de l'autre	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-

	 **c) Propriété 4** • **Activité** Activité 13 p 131 • **Enoncé de la propriété 4** Par un point donné passe un plan et un seul parallèle à un plan donné  **d) Propriété 5** • **Activité** Activité 14 p 131 • **Enoncé de la propriété 4** Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles  Deux plans parallèles à un troisième sont parallèles.	10 minutes 15 minutes	dessus. • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-dessus. • Accorder un temps de recherche aux élèves

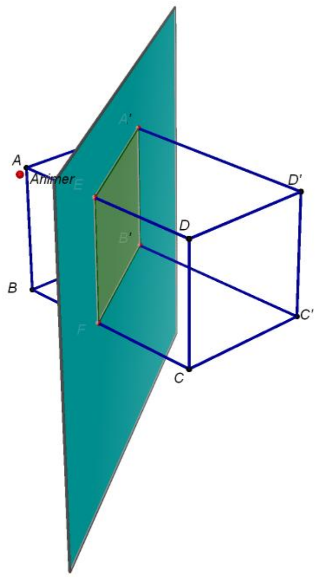
			

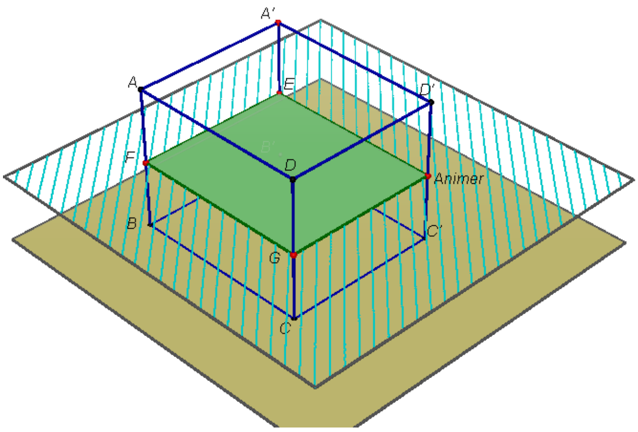
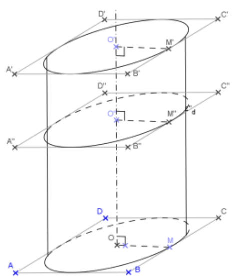
Travail à la maison	Exercices 5 page 141 et 16 page 143

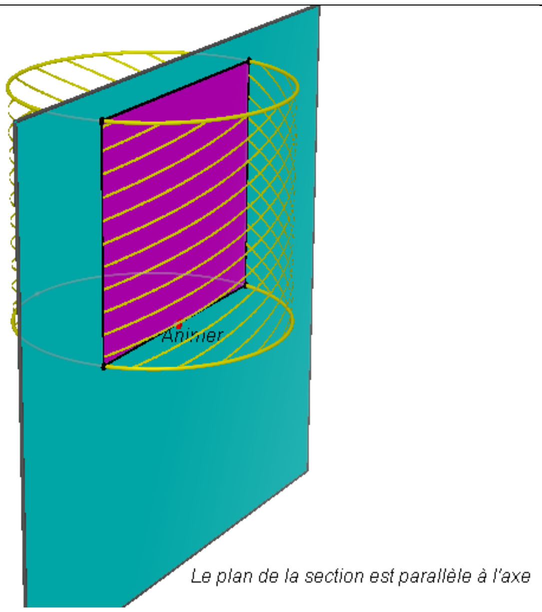
Chapitre 17 : Parallélisme dans l'espace	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Représenter la section d'un solide usuel par un plan

Supports pédagogiques	- ...

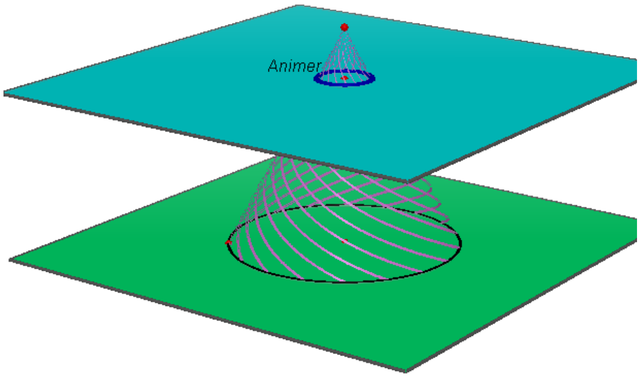
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison: exercices 5 p 141 et 16 p 143	10 minutes	• Inciter les élèves à participer à la correction
IV) Section plane d'un solide **1) Définition**	**a) Enoncé de la définition** La section d'un solide est la surface obtenue lorsqu'on coupe un solide par un plan. **b) Point méthode** La détermination de la section plane d'un solide nécessite la détermination de l'intersection de chaque face de ce solide avec ce plan.	5 minutes	• Valoriser les bons essais des élèves
2) Sections planes de certains solides	**a) Section d'un parallélépipède droit** • **Par un plan contenant l'une de ses arêtes** La section d'un parallélépipède droit par un plan contenant l'une de ses arêtes est un rectangle  **Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:**		• Mener les élèves dans chaque cas à conjecturer la nature de la section à partir des animations exposées • Inciter les élèves dans chaque cas à justifier leurs conjectures en les faisant apercevoir que ces situations représentent une bonne occasion

	*Internet**:** **http://youtu.be/C5M6rdl3Nuk** *Logiciel Cabri 3D: **Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanArê.cg3** • **Par un plan parallèle à l'une de ses faces** La section d'un parallélépipède droit par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle isométrique à cette face  **Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:** *Internet**:** **http://youtu.be/IHAdCZ7O6lo** *Logiciel Cabri 3D: **Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanParalFace.cg3** **b) Section d'un cylindre** • **par un plan parallèle à une base** La section d'un cylindre par un plan parallèle à une base est un cercle de mémé rayon que cette base  • **par un plan perpendiculaire à une base** La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à une base est un rectangle	15 minutes 10 minutes	d'application des règles du cours

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:
*Internet**:**
http://youtu.be/ZUF1j3hN008
*Logiciel Cabri 3D:
Ch17 -Fig\SectCylPlanparalAxe.cg3

c) Section d'un cône
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est cercle



Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:
*Internet**:**
http://youtu.be/NL401rZaL8M
*Logiciel Cabri 3D:
Ch17 -Fig\SectCônePlanparalBase.cg3

d) Activité d'application
Activité 22 p 124
</td>
<td>10 minutes

5 minutes</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Travail à la maison	Exercices 7 et 12 page 142 Exercice 15 page 143

Chapitre 17: Parallélisme dans l'espace	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 12 page 142 et de l'exercice 15 page 143 (travail demandé)		.

Lycée Sombat El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 18

Orthogonalité dans l'espace

Conçu par:

Khalifa Rahali **Mohamed Habib** **Salhi Saïd Benhamad**

Contrôle, rectification et support Tice

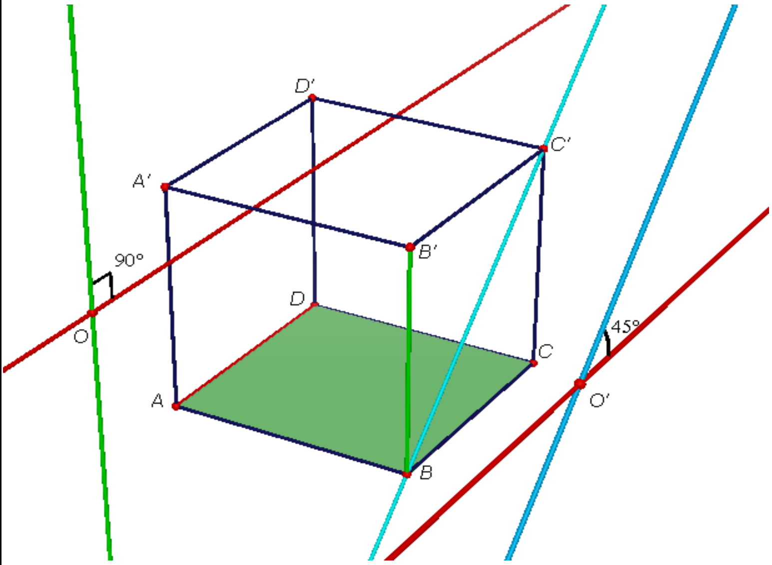
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 18: Orthogonalité dans l’espace	Séance n° : 1	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Savoir démontrer que deux droites sont orthogonales. - Savoir démontrer (ou nier) si une droite est perpendiculaire à un plan (ou non). - Savoir utiliser les propriétés d’orthogonalité pour calculer des grandeurs (longueurs, aires, volumes…)
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Droites orthogonales **1) Définition**	**a) Rappel (Droites perpendiculaires)** Si deux droites de l'espace sont sécantes alors il est possible que: - aucun des angles qu'elles forment n'est droit - au moins l'un des angles qu'elles forment est droit: on dit qu'elles sont perpendiculaires **b) Activité d’approche**  Dans la figure ci-dessus, ABCDA’B’C’D’ est un parallélépipède rectangle, O et O’ sont deux points quelconques de l’espace. De O, on a mené les droites D_1 (en rouge) et D_2 (en vert) qui sont parallèles respectivement à (AD) et (BB’)	20 minutes	• Inciter les élèves à énoncer ce rappel • Accorder aux élèves un temps de recherche

De O’, on a mené les droites Δ_1 (en rouge) et Δ_2 (en bleu) qui sont parallèles respectivement à (AD) et (BC’)

a) (AD) et (BB’) sont-elles coplanaires? Même question pour (AD) et (BC’)?

b) Justifier pourquoi les droites D_1 et D_2 sont -elles perpendiculaires (on s’aidera de données graphiques)

c) Justifier pourquoi les droites Δ_1 et Δ_2 ne sont -elles pas perpendiculaires (on s’aidera de données graphiques)

On dit que: (AD) et (BB’) sont orthogonales alors que (AD) et (BC’) ne sont pas orthogonales

Le lien ci-dessous nous illustre encore plus la situation

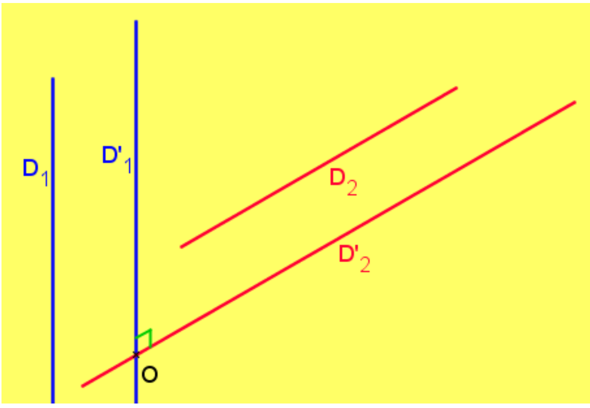
[Ch18 -Fig\Déf dr orth.cg3]

c)Enoncé de la définition

Deux droites D1 et D2 de l’espace sont orthogonales

si et seulement si

les parallèles D’1 et D’2 respectives à D1 et D2 menées par un point quelconque de l’espace sont perpendiculaires.



- Inciter les élèves à formuler la définition

d) Activité d’application

Utiliser le parallélépipède rectangle ABCDA’B’C’D’ ci-dessus pour proposer d’autres exemples de droites orthogonales.

2) Propriétés

a) Activité

Activité 2 p 147

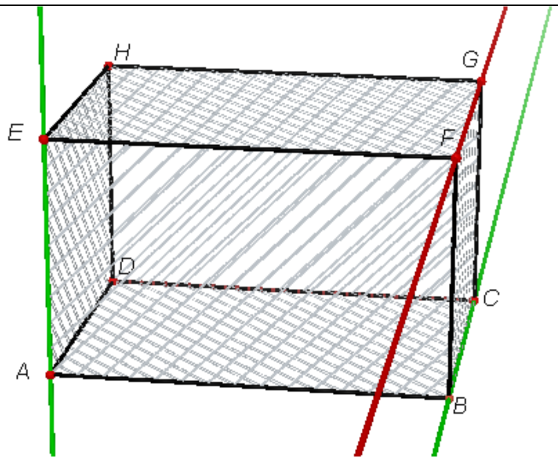
- Accorder un temps de recherche aux élèves

b) Enoncés des propriétés

- **Propriété 1**

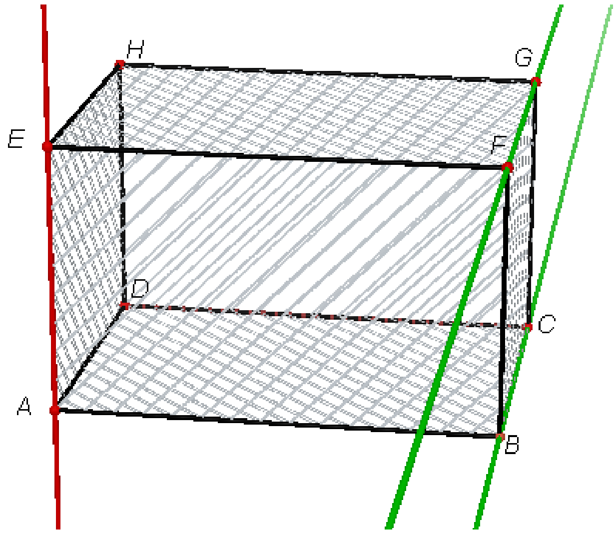
Si deux droites de l’espace sont **orthogonales** alors toute droite **parallèle** à l’une est **orthogonale** à l’autre.

- favoriser les bons essais des élèves

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


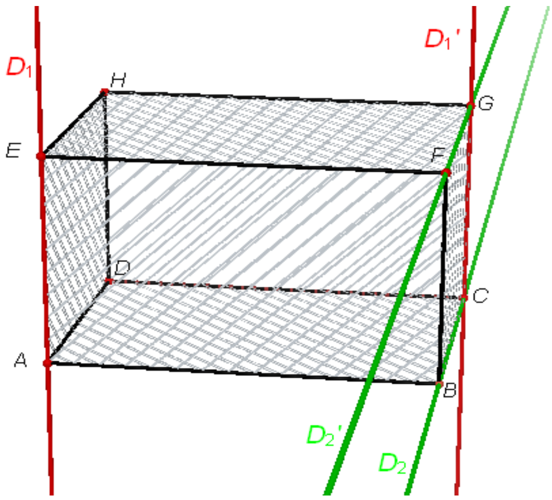
Propriété 2

Si deux droites de l'espace sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre

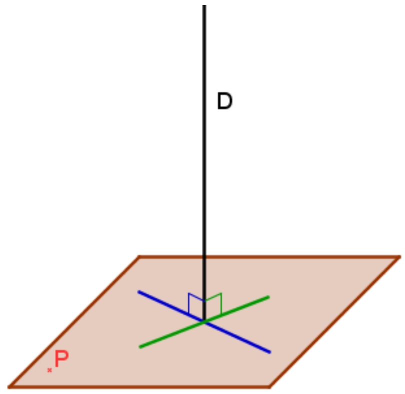


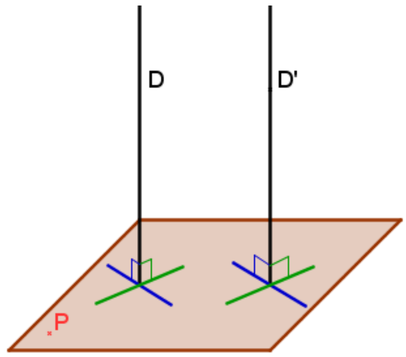
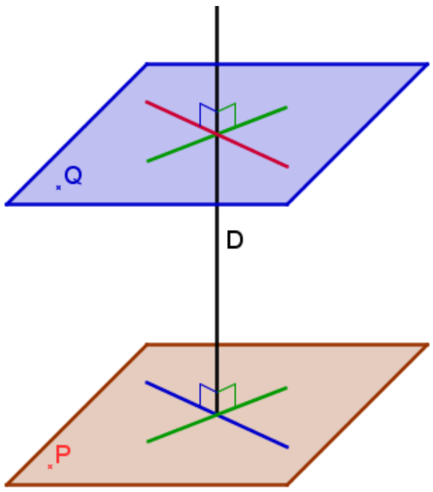
Propriété 3

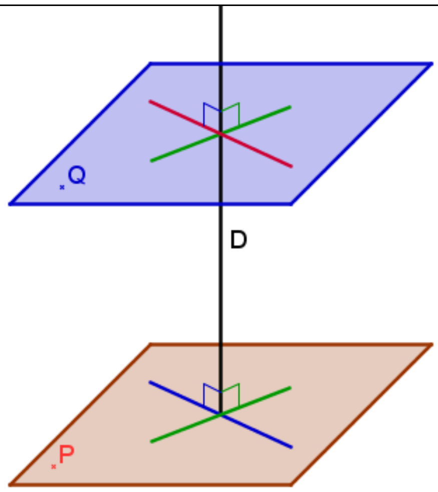
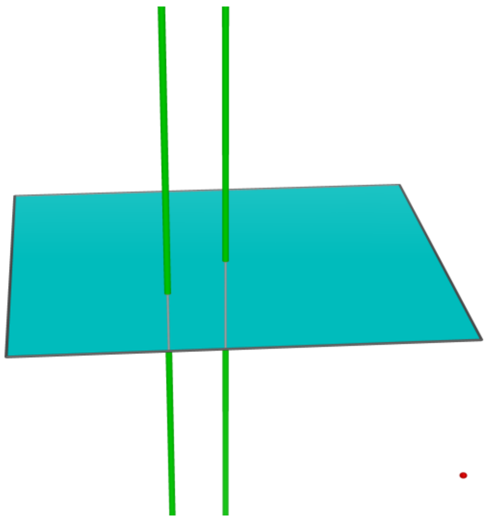
Si D_1 et D_2 sont deux droites orthogonales et D'_1 et D'_2 sont parallèles respectivement à D_1 et D_2 alors D'_1 et D'_2 sont orthogonales



</td>
<td>20 minutes</td>
<td>Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité</td>
</tr>
</table>

	c) Activité d'application Activité 3 p 147	5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves
II) Droite perpendiculaire à un plan **1) Définition**	**a) Activité d'approche** Activité 7 p 148 (Question 1) **On dit que**: (HD) est perpendiculaire au plan (ABC) **b) Enoncé de la définition** Une droite est perpendiculaire à un plan **signifie** qu'elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.		• Accorder un temps de recherche aux élèves
		15 minutes	• Inciter les élèves à formuler la définition
	c) Activité d'application Dans le cube ABCDEFGH, la droite (GH) est-elle perpendiculaire au plan (ADE) ? Justifier.		• Accorder un temps de recherche aux élèves
2) Propriétés	**a) Résultats admis** Par un point donné il passe une seule droite perpendiculaire à un plan donné. Par un point donné il passe un seul plan perpendiculaire à une droite donnée. Si une droite D est orthogonale à un plan P alors toute droite orthogonale à la droite D et passant par un point du plan P est incluse dans ce plan	10 minutes	
	b) Propriété 1 Activité 7 p 148 (Questions 2 et 3) • **A retenir** Si une droite est perpendiculaire à un plan alors elle		• Accorder un temps de recherche aux élèves

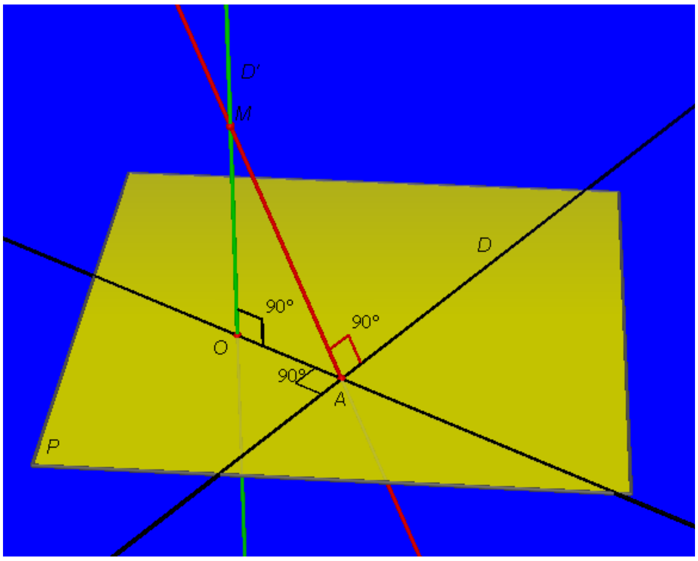
	est orthogonale à toute droite de ce plan **Conséquence** Par un point donné il passe une infinité de droites orthogonales à une droite donnée. **c) Propriété 2** • **A retenir** Si deux droites sont parallèles alors tout plan perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre  Si deux plans sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre  • **Activité d'application** Démontrer les deux énoncés ci-dessus **d) Propriété 3** Activité 12 p 151 • **A retenir** Deux droites perpendiculaires à un même plan sont parallèles	10 minutes 10 minutes	• Inciter les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité • Inciter les élèves à participer dans la formulation des règles à retenir • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

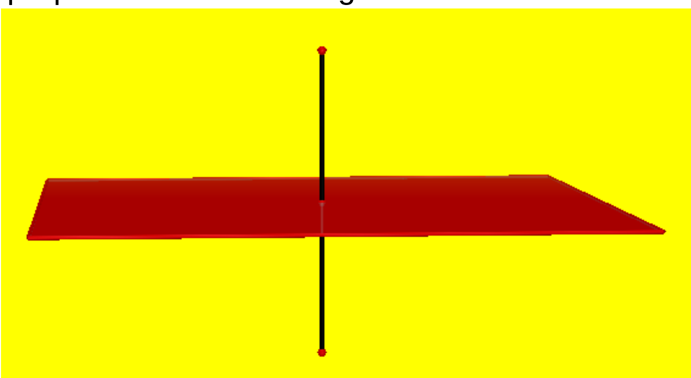
	 Deux plans perpendiculaires à une même droite sont parallèles 	15 minutes	• Inciter les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité
	e) Activité d'application on considère un cube ABCDEFGH d'arête 2 cm. a) Montrer que le triangle ABG est rectangle en B et calculer la distance AG et l'aire de ABG. b) Soit I le milieu de [CF]. Montrer [FI] est une hauteur de la pyramide FABG et calculer son volume.	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves

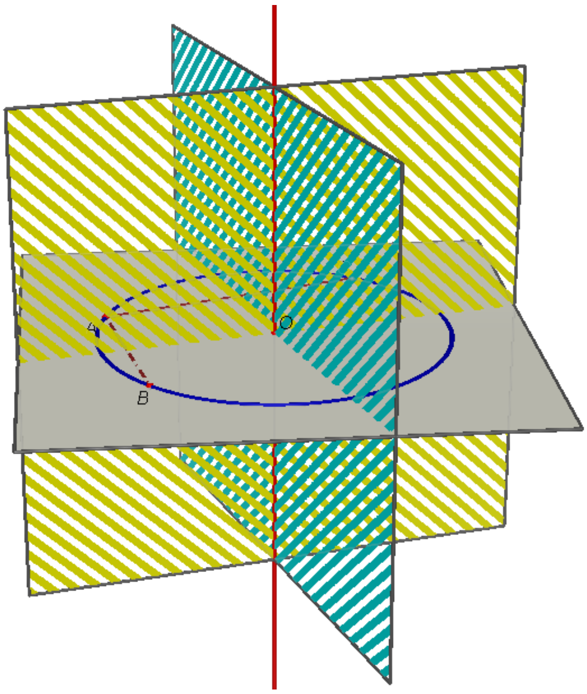
Travail à la maison	- Activités 13 p 151 et 15 p 152 - Exercice 2 à la page 163

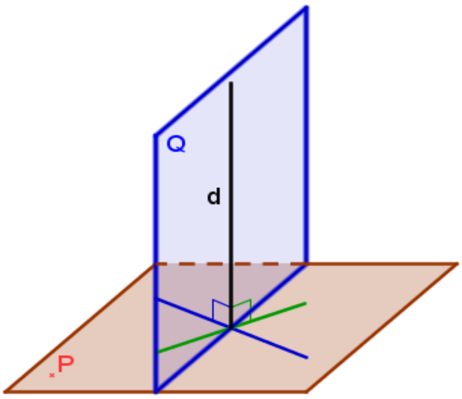
Chapitre 18 :	Orthogonalité dans l'espace	Séance n° : 2	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Reconnaitre et déterminer le plan médiateur d'un segment. - Reconnaitre et déterminer l'axe d'un cercle. - Démontrer que deux plans donnés sont perpendiculaires. - Savoir utiliser les notions envisagées et leurs propriétés pour calculer des grandeurs.
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 2 à la page 163 (travail à la maison)	5 minutes	• Les élèves participent à la correction
III) Théorème de trois perpendiculaires	• **Activité** Correction de l'activité 13 p 151 (travail à la maison) • **Enoncé du théorème** **1er énoncé** Soit D' la droite perpendiculaire à un plan P en un point O, A le projeté orthogonal de O sur une droite D de P ne passant pas par O **alors** pour tout point M de D', la droite (MA) est orthogonale à D **2ème énoncé** Si, d'un point d'une perpendiculaire à un plan, on mène une perpendiculaire à une droite quelconque du plan, la droite qui joint les pieds des deux perpendiculaires est perpendiculaire à la droite du plan. 	5 minutes 5 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces énoncés de l'activité a) de ce paragraphe.

IV) Plan médiateur d'un segment **1) Définition** **2) Propriété caractéristique**	**Liens d'illustration :** **Sur internet (Vidéo):** **http://youtu.be/_RK4C-1nz9o** **Avec cabri 3D** (dans ce dossier): **Ch18 -Fig\Trois perpend.cg3** **c) Activité d'application** ABC est un triangle rectangle en B tel que AB=3 et BC=5. S est un point de la droite perpendiculaire au plan (ABC) en A tel que AS=4. Montrer que $SC=5\sqrt{2}$ **a) Activité d'approche (avec les T.I.C.E)** **Liens d'illustration :** **Sur internet(Vidéo):** **http://youtu.be/cmQZGmFUxUE** **Avec cabri 3D** (dans ce dossier): **Ch18 -Fig\Act appr plan médiat.cg3** **b) Activité** Activité 15 p 152 **c) Définition** Le plan médiateur d'un segment est le plan perpendiculaire à ce segment en son milieu  **Lien d'illustration :** **Sur internet (Vidéo):** **http://youtu.be/79GBwuE5LW0** **a) Enoncé de la propriété caractéristique** L'ensemble des points équidistants des extrémités d'un segment est le plan médiateur de ce segment **Liens d'illustration :** **Sur internet(Vidéo):** **http://youtu.be/2613Q_gWnBk** **Avec cabri 3D** (dans ce dossier):	 5 minutes 5 minutes 10 minutes 5 minutes 5 minutes	• Ces illustrations nécessitent Cabri 3D et le téléchargement des vidéos au préalable • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves à déduire cette définition de l'activité a) de ce paragraphe. • Ces illustrations nécessitent Cabri 3D et le téléchargement des vidéos au préalable

	[Ch18 -Fig\PlanMédiatPropCaract.cg3](Ch18 -Fig\PlanMédiatPropCaract.cg3) • **Point méthode** Pour déterminer le plan médiateur d'un segment, il suffit de trouver 3 points non alignés qui sont équidistants des extrémités de ce segment. **b) Activité d'application** Exercice 6 p 163	10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves
V) Axe d'un cercle **1) Définition**	**a) Activité d'approche**   A, B et C sont trois points distincts d'un cercle $\zeta_{(O,r)}$. P et Q sont les plans médiateurs respectifs des segments [AB] et [AC]. 1°) i) Montrer que $O \in P \cap Q$ ii) Montrer que P et Q sont sécants. Notons Δ leur droite d'intersection 2°) Montrer que Δ est perpendiculaire au plan du cercle $\zeta_{(O,r)}$  	10 minutes	• Accorder aux élèves un temps de recherche

	b) Définition L'axe d'un cercle est la droite qui passe par son centre et perpendiculaire au plan de ce cercle **Lien d'illustration :** **Sur internet (Vidéo):** **http://youtu.be/gze9EKNFhto** **Avec cabri 3D** (dans ce dossier): **Ch18 -Fig\AxeCercleDéf.cg3**	5 minutes	• Inciter les élèves à déduire cette définition de l'activité d'approche ci-dessus.
2) Propriété caractéristique	**a) Activité** Question 3 de l'activité 19 p 153 **b) Enoncé de la propriété caractéristique** L'ensemble des points équidistants de tous les points d'un cercle est l'axe de ce cercle **Liens d'illustration :** **Sur internet(Vidéo):** **http://youtu.be/TV28N9eujGU** **Avec cabri 3D** (dans ce dossier): **Ch18 -Fig\AxeCercleProprCaract.cg3** • **Point méthode** Pour déterminer l'axe d'un cercle, il suffit de trouver 2 points équidistants de trois points distincts de ce cercle. **c) Activité d'application** Exercice 7 p 163	15 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Ces illustrations nécessitent Cabri 3D et le téléchargement des vidéos au préalable • Accorder un temps de recherche aux élèves
VI) Plans perpendiculaires **1) Définition**	**a) Enoncé de la définition** Deux plans de l'espace sont perpendiculaires **signifie** L'un d'eux contient une droite perpendiculaire à l'autre  **b) Illustration graphique** • Dans le cube ci-dessous la droite (BC) est	5 minutes	

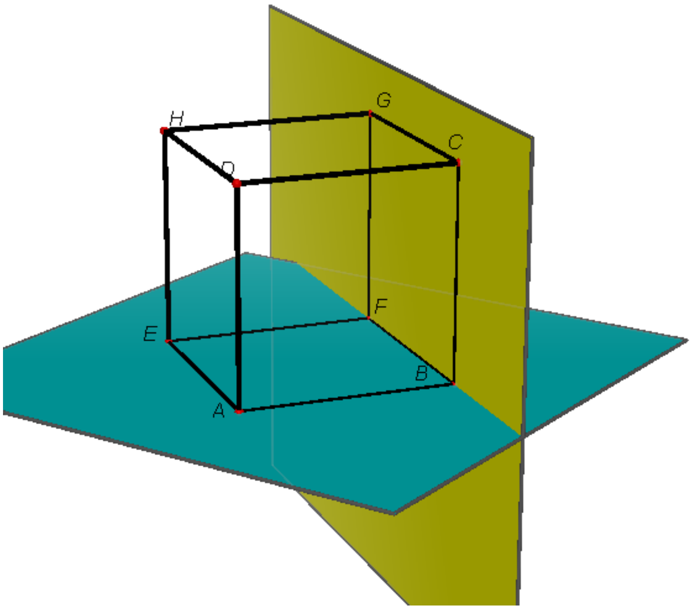
<table>
<tr>
<td>

2) Propriétés

</td>
<td>

perpendiculaire aux droites (CF) et (BA) qui sont deux droites sécantes du plan (ABF) donc (BC) est perpendiculaire au plan (ABF) d'autre part (BC) est incluse dans le plan (BCF)
donc les deux plans (BCF) et (ABF) sont perpendiculaires

- Citer d'autres exemples de plans perpendiculaires (d'après le même graphique)



c) Activité d'application
Exercice 9 p 164

a) Activité
Activité 23 p 155

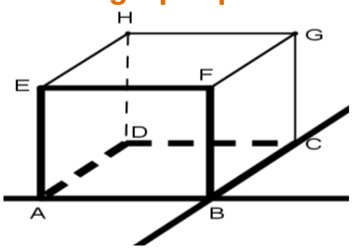
b) Propriété 1

- **Enoncé de la propriété 1**

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } P \perp P' \text{ et } P \cap P' = D \\ \text{et si } D' \subset P \text{ et } D' \perp D \end{array}\right\} \text{ alors } D' \perp P'$$

Si D est la droite d'intersection de deux plans perpendiculaires P et P' alors toute droite D' incluse dans l'un d'eux et perpendiculaire à D sera perpendiculaire à l'autre (plan)

- **Illustration graphique**



c) Propriété 2

- **Enoncé de la propriété 2**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan

</td>
<td>

5 minutes

5 minutes

</td>
<td>

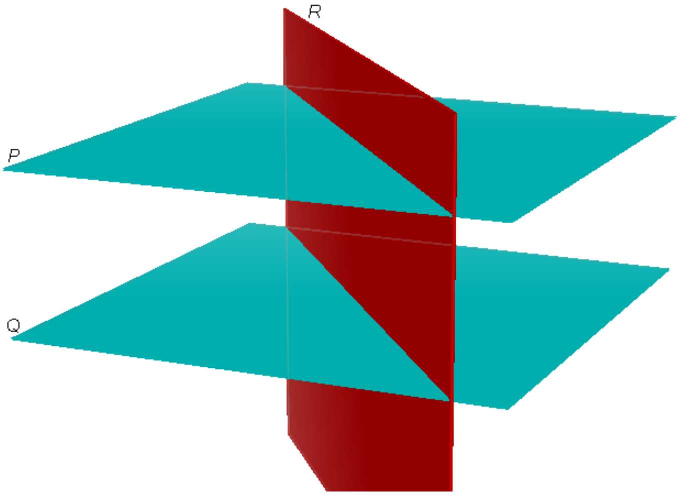
- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Habituer les élèves de temps à autre à s'exprimer avec le langage mathématique

</td>
</tr>
</table>

perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.

- **Illustration graphique**



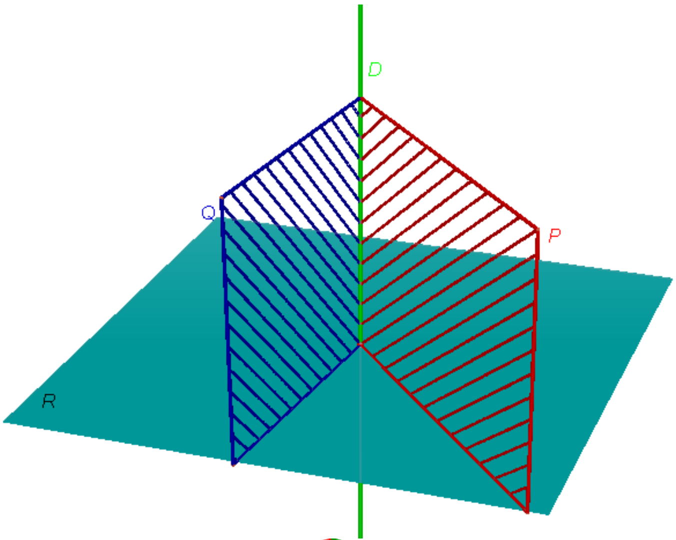
5 minutes

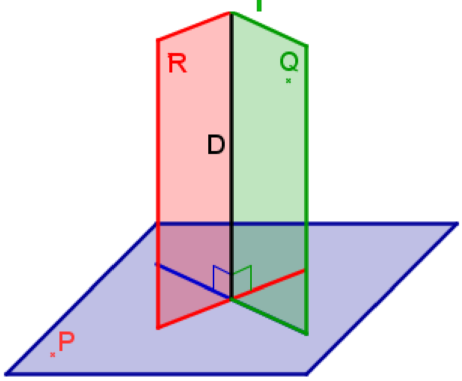
d) Propriété 3

- **Enoncé de la propriété 3**

Si un plan est perpendiculaire à deux plans sécants alors il est perpendiculaire à leur droite d'intersection.

- **Illustration graphique**



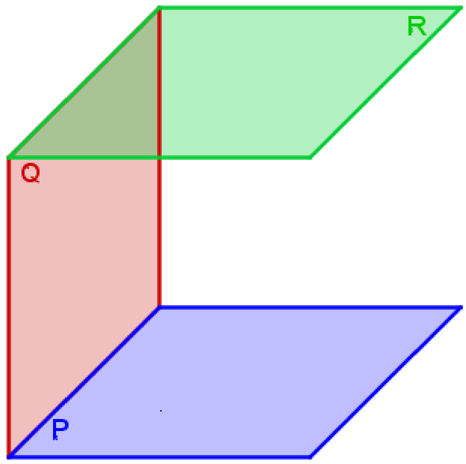


5 minutes

e) Propriété 4

- **Enoncé de la propriété 4**

Si deux plans sont perpendiculaires alors tout plan perpendiculaire à l'un d'eux est

	parallèle à l'autre. - Si deux plans sont parallèles alors tout plan perpendiculaire à l'un d'eux est perpendiculaire à l'autre. - **Illustration graphique**  f) **Activité d'application** (travail à la maison) Soit dans un plan P, un segment [AB] de milieu I. J est un point de la perpendiculaire à P en I. 1°) Montrer que le plan (ABJ) qu'on désignera par Q est perpendiculaire à P. 2°) Soit E un point - distinct de J - de la perpendiculaire à Q en en J et F son symétrique par rapport à J. Montrer que le plan (EIF) est le plan médiateur de [AB]. 3°) Montrer que (EFI) est perpendiculaire à chacun des plans (ABE) et (ABF).	5 minutes	

Travail à la maison	- Activité d'application f) (Plans perpendiculaires) - Exercice 1 p 160

Chapitre 18:	Orthogonalité dans l'espace	Séance n° : 3	Durée : 2 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des problèmes intégratifs faisant intervenir les propriétés du plan médiateur d'un segment, de l'axe d'un cercle ou des plans perpendiculaires. - Adapter à l'espace les connaissances concernant l'orthogonalité en géométrie plane en choisissant avec pertinence un plan de travail.

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VII) Exercices intégratifs	**Problème n°1**: (à chercher en classe) Exercice 13 page 165 Rectifier les énoncés en supprimant le mot ''régulier'' de la 1ère ligne **Problème n°2** : (travail demandé) Exercice 1 page 160 **Problème n°3** : (travail demandé) Activité d'application f) (Plans perpendiculaires) **La correction de ces exercices sera une occasion pour le professeur pour faire apprendre à ces élèves des stratégies de recherche des exercices de géométrie de l'espace adaptés à leur niveau**		• Pour 1), mener les élèves à considérer une droite et un plan perpendiculaires. • Pour 3) b), encourager les élèves à faire une figure plane (dans le plan (BCD)) afin de préciser la nature du quadrilatère BDCK. • On donne l'indication correspondant à chaque question au début de la recherche. • Dans le cas d'un blocage, le professeur peut détailler les indications données : recherche du plan médiateur d'un segment, précision de la nature d'un triangle, comparaison des triangles, …

Problème de lieu page 161 du Tome 2 du manuel de la 2ème Sciences

Enoncés

Soit ABC un triangle rectangle en A, (P) est le plan perpendiculaire à la droite (AC) et passant par A, ζ est le cercle de diamètre [AB] contenu dans (P). M est un point variable sur le cercle ζ. H est le projeté orthogonal de A sur (CM).

On se propose de trouver sur quelle ligne varie H lorsque M varie sur ζ.

1°) En utilisant un logiciel de géométrie de l'espace:

a) Réaliser une figure
b) Déplacer M et observer la trajectoire du point H.
c) Emettre une conjecture sur la nature du lieu de H

2°) Démontrer la conjecture.

Solution

1°) **a)** Figure: Voir vidéo https://www.youtube.com/watch?v=aclETH1odhw
Figure .ggb:

b) Trajectoire du point H : Voir vidéo https://www.youtube.com/watch?v=4Qspq2peqGk
Trajectoire .ggb:

c) Conjecture sur la nature du lieu de H: le lieu de H est le cercle de diamètre [AA'] inclus dans le plan perpendiculaire à (BC) en A' (A': le projeté orthogonal de A sur (BC)):
Voir vidéo http://youtu.be/7d8fPjtq-00
Conjecture .ggb:
Vérification de la conjecture: Voir vidéo http://youtu.be/CUvGGFNCJfI
Vérification .ggb:

2°) Dans toute la suite, on désignera par :

- A': le projeté orthogonal de A sur (BC)
- I: le milieu de [AA']
- (Q): le plan (BCM) (lorsque $M \neq B$)

Proposition 1 (Niveau 2ème Année Secondaire)

1ère étape

Soit K le projeté orthogonal de A sur (Q) et supposons que $K \neq H$
alors A, H et K ne sont pas alignés
donc ils définissent un plan: (AHK)
alors (AK) est orthogonale à (CM) et on sait déjà que (AH) est perpendiculaire à (CM)
donc du point A –qui est extérieur à (CM)- passent deux droites orthogonales à (CM):
ce qui est impossible
alors K = H et par suite H est le projeté orthogonal de A sur (Q)
alors (AH) est orthogonale à (BC) et on sait déjà que (AA') est perpendiculaire à (BC)
alors (BC) est orthogonale à (AH) et à (AA') qui sont deux droites sécantes du plan (AA'H) = (R)
donc (BC) est perpendiculaire à tous les plans (AA'H) en A'
or par un point donné ne passe qu'un seul plan perpendiculaire à une droite donnée
ainsi pour tout point M (et par suite pour tout point H), le plan (AA'H) est unique: on le notera (R)

On retient alors que:

Pour tout point M du cercle ζ, H appartient au plan (R) perpendiculaire à la droite (BC) en A'.

$2^{\text{ème}}$ étape

D'après la 1ère étape, H est le projeté orthogonal de A sur (Q)

$$\left.\begin{array}{r} alors\ \ (AH)\perp(Q) \\ et\ on\ a:(A'H)\subset(Q)\end{array}\right\}\Rightarrow (AH)\perp(A'H)\Rightarrow \widehat{AHA'}=90°$$

Ainsi pour tout point M du cercle ζ , on a:

$$\left.\begin{array}{r} H\in(R):\ plan\ fixe\ qui\ contient\ A\ et\ A' \\ \widehat{AHA'}=90°\end{array}\right\}\Rightarrow H\ \text{varie sur le cercle de diamètre}\ [AA']$$

Conclusion

Quand M varie sur ζ , H décrit sur le cercle de diamètre [AA'] du plan (R) perpendiculaire à (BC) en A'

Proposition 2 (Intersection plan et sphère)

1ère étape

On reprend la 1ère étape de la proposition 1.

On en retient que: Pour tout point M du cercle ζ , H appartient au plan (R) perpendiculaire à la droite (BC) en A'

$2^{\text{ème}}$ étape

D'après la 1ère étape, H est le projeté orthogonal de A sur (Q)

$$\left.\begin{array}{r} alors\ \ (AH)\perp(Q) \\ et\ on\ a:(A'H)\subset(Q)\end{array}\right\}\Rightarrow (AH)\perp(A'H)\Rightarrow \widehat{AHA'}=90°$$

alors H appartient à la sphère S de diamètre [AA'], soit I son centre.

Résumé

Pour tout point M du cercle ζ , on a :

$$\left.\begin{array}{r} H\in(R):\ plan\ fixe\ qui\ contient\ A\ et\ A' \\ H\in sphère\ S\ de\ centre\ I\ et\ de\ rayon\ IA\end{array}\right\}\Rightarrow H\in S_{(I,IA)}\cap(R)$$

$3^{\text{ème}}$ étape Nature de : $S_{(I,IA)}\cap(R)$

A et A' sont deux points de (R)

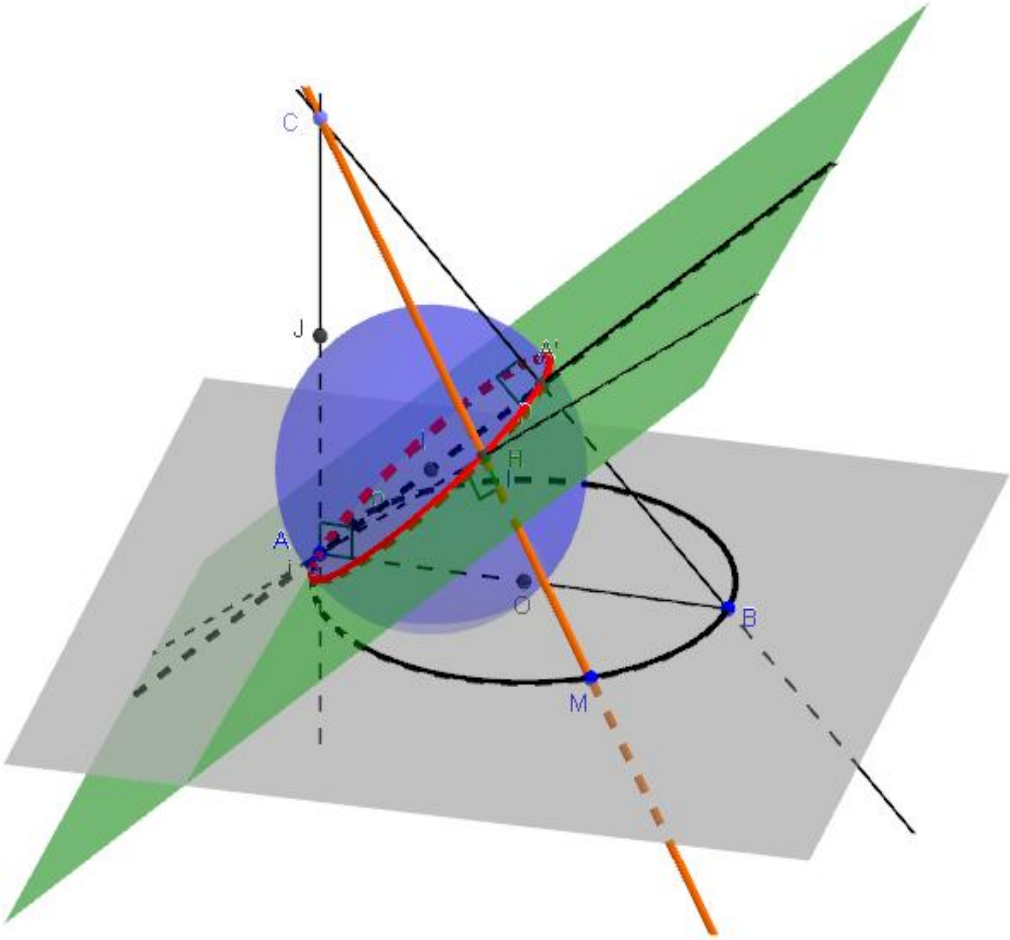
alors le point I = A*A' est un point de (R) (d(I,(R)) = 0 < IA)

donc la sphère $S_{(I,IA)}$ et le plan (R) se coupent suivant le cercle de centre I et de rayon IA inclus dans ce plan

Conclusion

Quand M varie sur ζ , H décrit sur le cercle de diamètre [AA'] du plan (R) perpendiculaire à (BC) en A'

Proposition 2 .ggb



Proposition 3 (Intersection plan et sphère)

1ère étape

On reprend la 1ère étape de la proposition 1.

On en retient que: Pour tout point M du cercle ζ , H appartient au plan (R) perpendiculaire à la droite (BC) en A'

2ème étape

H est le projeté orthogonal de A sur (CM)

$$\Rightarrow (AH) \perp (CH) \Rightarrow \widehat{AHC} = 90°$$

alors H appartient à la sphère S' de diamètre [AC], soit J son centre.

Résumé

Pour tout point M du cercle ζ , on a : $\left. \begin{array}{r} H \in (R) : \text{ plan fixe qui contient } A \text{ et } A' \\ H \in \text{sphère } S' \text{ de centre } J \text{ et de rayon } JA \end{array} \right\}$

3ème étape Nature de : $S'_{(J,JA)} \cap (R)$

Sous-étape 3.1

On a $\left. \begin{array}{r} H \text{ est le projeté orthogonal de } A \text{ sur } (Q) \\ \Rightarrow (AH) \perp (Q) \\ \text{et on a } (CA') \subset (Q) \end{array} \right\} \Rightarrow (CA') \text{ est orthogonale à } (AH)$

et $\quad A'AC \text{ rectangle en } A' \quad \Rightarrow \quad (CA') \perp (AA')$

et puisque (AA') et (AH) sont deux droites sécantes du plan (R), on aura (CA') perpendiculaire à (R)

$$\left.\begin{array}{l}(CA') \perp (R) \\ (IH) \subset (R)\end{array}\right\} \Rightarrow (CA') \text{ est orthogonale à } (IH)$$

D'autre part, on a: $\left.\begin{array}{c}A'AC \text{ triangle} \\ I = A*A' \\ J = A*C\end{array}\right\} \Rightarrow (IJ) // (CA')$

ainsi: $\left.\begin{array}{c}(CA') \text{ est orthogonale à } (IH) \\ (CA') // (IJ)\end{array}\right\} \Rightarrow (IJ) \perp (IH) \qquad (1)$

on a aussi: $\left.\begin{array}{c}A'AC \text{ rectangle en } A' \\ (IJ) // (CA')\end{array}\right\} \Rightarrow (IJ) \perp (AA') \quad \text{en } I \qquad (2)$

et (IJ) et (AA') sont deux droites sécantes du plan (R) $\qquad (3)$

de $(1), (2)$ *et* (3) , on déduit que I est le projeté orthogonal de J sur (R)

alors la distance de J à (R) est IJ : $\quad d(J,(R)) = IJ$

Sous-étape 3.2

Le triangle A'AC est rectangle en A'

$\Rightarrow CA' < CA$

$\Rightarrow \dfrac{CA'}{2} < \dfrac{CA}{2}$

$\Rightarrow JI < JA$

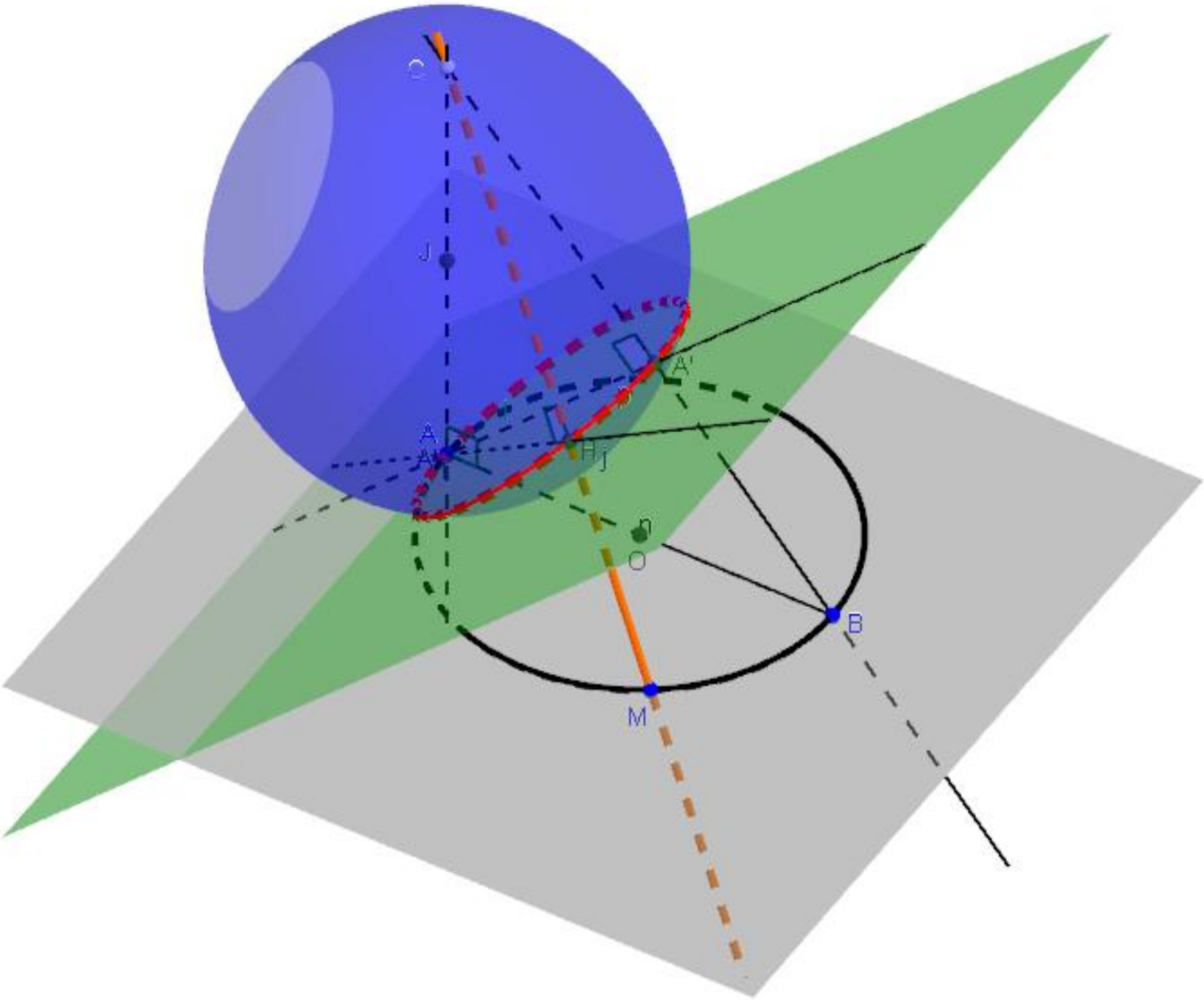
$\Rightarrow d(J,(R)) < JA \qquad (JA = \text{rayon de la sphère } S')$

Conclusion

La sphère S'$_{(J\,,\,JA)}$ et le plan (R) se coupent suivant le cercle de centre I: projeté orthogonal de J sur (R) et de rayon IA: lieu des points H. (A appartient à ce cercle car si M = A on aura M = A = H)

Quand M varie sur ζ , H décrit sur le cercle de diamètre [AA'] du plan (R) perpendiculaire à (BC) en A'

Proposition 3 .ggb



Proposition 4 (Intersection de deux sphères)

1ère étape

On reprend la $1^{ère}$ étape de la proposition 1.

On en retient que: Pour tout point M du cercle ζ , H appartient au plan (R) perpendiculaire à la droite (BC) en A’

$2^{ème}$ étape

D’après la $1^{ère}$ étape, H est le projeté orthogonal de A sur (Q)

$$\left.\begin{array}{r} alors\ \ (AH)\perp(Q) \\ et\ on\ a:(A'H)\subset(Q)\end{array}\right\}\Rightarrow(AH)\perp(A'H)\Rightarrow\widehat{AHA'}=90°$$

alors H appartient à la sphère S de diamètre [AA’], soit I son centre.

$3^{ème}$ étape

H est le projeté orthogonal de A sur (CM)

$\Rightarrow (AH) \perp (CH) \Rightarrow \widehat{AHC} = 90°$

alors H appartient à la sphère S' de diamètre [AC], soit J son centre.

$4^{ème}$ étape

Rappelons la règle:

Si deux sphères $S_{(O\,,\,r)}$ et $S'_{(O',\,r')}$ sont telles que $|r - r'| < OO' < r + r'$ **alors** elles se coupent suivant un cercle d'axe (OO') et dont le centre K vérifie $2\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{OO'} = r^2 - r'^2$ (où $L = O*O'$)

Dans notre situation:

AIJ est un triangle dont la mesure du côté:

- [IJ] est la distance entre les centres des sphères S et de S'
- [AI] est le rayon de S
- [AJ] est le rayon de S'

On a: $|AI - AJ| < IJ < AI + AJ \qquad (AIJ \;\; triangle)$

$$\Rightarrow \quad |r - r'| < IJ < r + r'$$

alors S et S' se coupent suivant un cercle d'axe (IJ) et dont le centre K vérifie:

$$2\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{IJ} = r^2 - r'^2 \qquad (L = I * J)$$

$$\Rightarrow \quad 2.\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AI}^2 - \overrightarrow{AJ}^2$$

$$\Rightarrow \quad 2.\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{IJ} = \left(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AJ}\right)\left(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 2.\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{IJ} = 2.\overrightarrow{JI}.\overrightarrow{AL}$$

$$\Rightarrow \quad 2.\overrightarrow{LK}.\overrightarrow{IJ} - 2.\overrightarrow{JI}.\overrightarrow{AL} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 2.\overrightarrow{AL}.\overrightarrow{IJ} = 0$$

$$\left.\begin{array}{r} \overrightarrow{AL}.\overrightarrow{IJ} = 0 \\ \overrightarrow{AL} \neq \vec{0} \;\; et \;\; \overrightarrow{IJ} \neq \vec{0} \end{array}\right\} \Rightarrow (AL) \perp (IJ) \qquad (1)$$

A ce niveau, rappelons que: $\left.\begin{array}{r} (IJ)//(BC) = (CA') \\ et \;\; (AA') \perp (CA') \end{array}\right\} \Rightarrow (AA') \perp (IJ)$

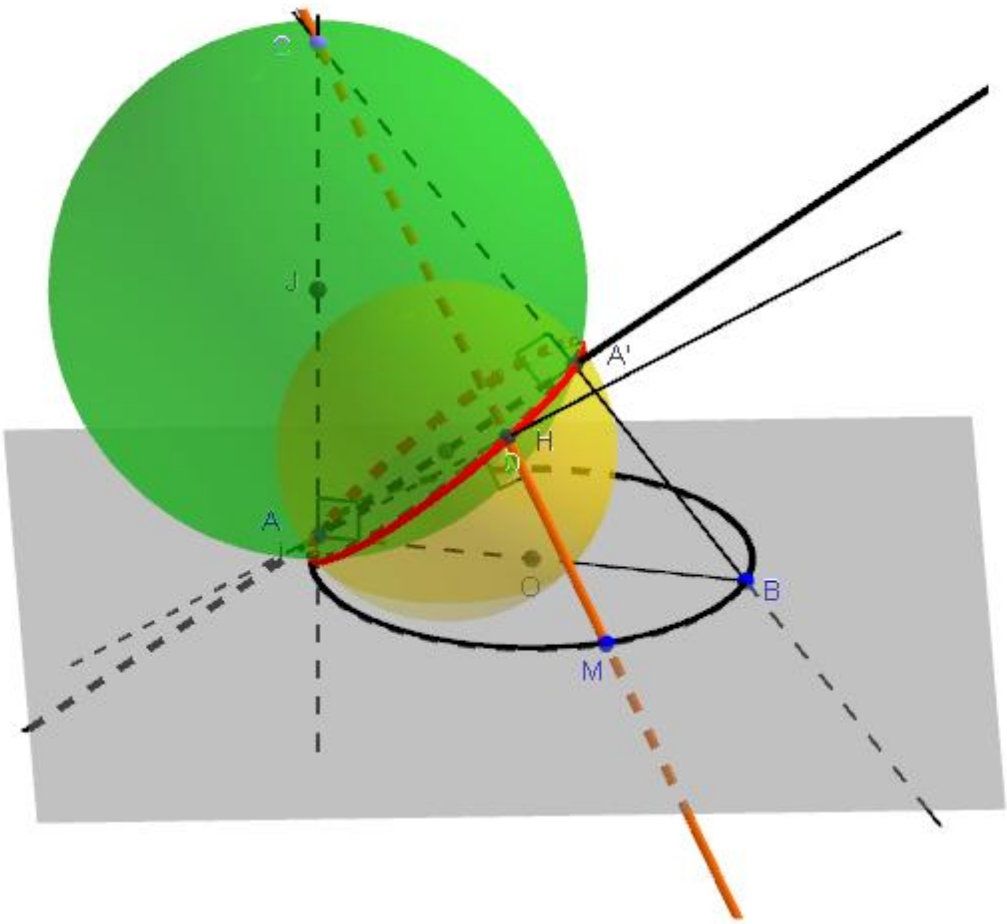
$$\Rightarrow (AI) \perp (IJ) \;\; en \;\; I \quad (I = A * A') \qquad (2)$$

D'après (1) et (2), on déduit que $L = I$

Conclusion

Le point H décrit le cercle passant par A et ayant pour centre I et pour axe (IJ)

Proposition 4 .ggb



J
A'
H
A
O
B
M

Lycée Sombat El-Hamma

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 19
Statistiques

Conçu par:

Khalifa Rahali Mohamed Habib Salhi Saïd Benhamad

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 19: **Statistiques**	Séance n° : 1	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Organiser des données statistiques et les représenter dans un tableau. - Représenter, par un graphique adéquat, une série statistique ou chronologique. - Lire un diagramme, un histogramme ou une courbe graphique

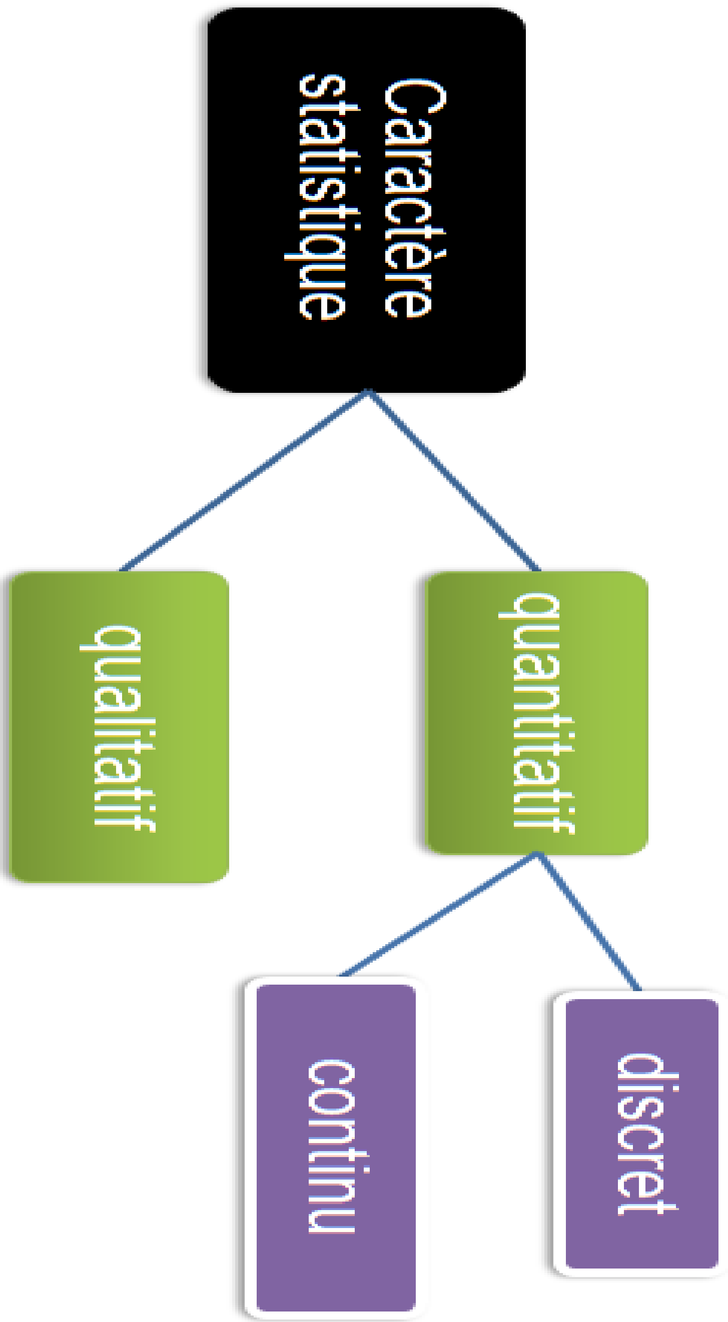
Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Série statistique - Représenta-tion graphique. **1) Des mises au point**	**a) Activité d'approche** Un statisticien a réalisé des études portant sur: 1) une série de notes obtenues par des élèves d'une même classe en un devoir 2) la répartition des ménages selon le nombre des pièces dont ils disposent 3) la répartition des ménages par tranches selon le revenu total du ménage 4) la répartition de la population tunisienne par tranche d'âge 5) la répartition des touristes qui ont visité la Tunisie en 2013 par nationalité Pour chacune de ces études, préciser: a) la population b) l'unité statistique c) le caractère d) la nature du caractère e) quelques modalités du caractère **b) Commentaires** ♦ **La population** est l'ensemble des éléments à observer. (touchés ou concernés par l'étude) ♦ Chaque élément de la population est appelé **un individu ou une unité statistique.** ♦ **Un caractère (ou une variable) statistique** est toute propriété observée ou mesurée sur les individus d'une population. ♦ Un caractère statistique peut être: • **quantitatif:** lorsque ses valeurs sont des nombres. • **qualitatif:** lorsque ses valeurs (ou modalités) ne sont pas mesurables: ne peuvent pas être exprimés par des nombres. ♦ Un caractère statistique quantitatif peut être: • **discret (ou à valeurs isolées):** lorsque le nombre	5 minutes 10 minutes	• Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves • **Vu l'horaire assez limité réservé à cette partie du programme, on pourrait**

de ses valeurs est fini.

- **continu:** lorsque ses valeurs décrivent des intervalles de IR.

♦**Une série statistique** est l'ensemble de toutes les modalités, valeurs ou classes d'une variable statistique affectées de leurs effectifs.



présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application

- Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques, tableaux…

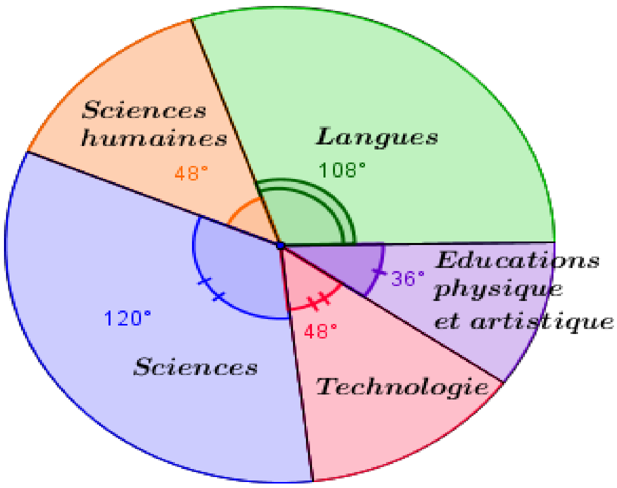
2) Représentation graphique appropriée à chaque type de

a) Série statistique qualitative

- **Activité**

Le diagramme circulaire ci-dessous représente la répartition des professeurs d'un lycée par groupe de matières.

Déterminer l'effectif de chaque groupe de matières sachant que l'effectif total est 60.

séries statistiques	 • **A retenir** ♦ Une série statistique qualitative est généralement représentée par un diagramme circulaire ♦ Dans un diagramme circulaire, à chaque modalité du caractère on associe un angle au centre dont la mesure α en degré est proportionnelle à son effectif n_i (ou sa fréquence f_i) suivant la règle: $\boxed{\alpha = \frac{360}{N}\times n_i = 360\times f_i}$ (N est l'effectif total, n_i est l'effectif de la modalité considérée et f_i est sa fréquence)	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
	b) Série statistique quantitative discrète • **Activité** La liste ci - dessous représente les nombres des patients consultés chaque jour du mois de Janvier 2014 par Dr B. Salah médecin de libre pratique exerçant à une ville A: 0, 10, 5, 6, 9, 4, 4, 0, 15, 12, 3, 8, 5, 10, 0, 13, 7, 9, 5, 4, 2, 0, 6, 10, 12, 8, 3, 8, 0, 5 et 3. 1) Résumer ces données dans un tableau où on lira le nombre de jours au cours des quels Dr B. Salah a consulté le même nombre de malades 2) Représenter cette série statistique par un diagramme à bâtons • **A retenir** ♦ Une série statistique quantitative discrète est généralement représentée par un diagramme à bâtons	10 minutes	• Donner un temps de recherche aux élèves

♦ Dans un diagramme à bâtons, à chaque valeur du caractère, on associe un bâtons dont la hauteur est égale à l'effectif de cette valeur

c) Série statistique quantitative continue

- **Activité**

En testant 150 voitures pour étudier leur consommation d'essence (en litres) au 100 litres, on obtenu les résultats suivants

Consom-mation	[8 ;9[	[9 ;10[	[10 ;11[	[11 ;12[	[12 ;13[
Effectifs (n_i)					

Représenter cette série statistique par un histogramme

- **A retenir**

♦ Une série statistique quantitative continue est généralement représentée par un histogramme

♦ Dans un histogramme, à chaque classe du caractère, on associe un rectangle dont l'aire est proportionnelle à l'effectif de cette classe (si toutes les classes ont la même amplitude, la 2ème dimension du rectangle est égale à l'effectif de cette classe)

d) Série chronologique

- **Activité**

Question 2 de l'activité 1 p 168

- **Définition**

Une série chronologique est une série de valeurs provenant d'une même variable observée à des instants régulièrement espacés dans le temps

➢ **définition**

Une série statistique est dite chronologique lorsque les valeurs du caractère sont des dates

➢ **Représentation graphique**

• on considère un repère d'axes perpendiculaires
• on porte les dates (xi) sur l'axe des absc. et les effectifs (ni) (ou les fréquences) sur l'axe des ord.
• la courbe est la réunion de tous les segments d'extrémités tous les points M(xi , ni)

10 minutes

10 minutes

- Il est souhaitable que la définition émane des élèves
- Donner un temps de recherche aux élèves
- Inciter les élèves à énoncer la définition.
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
- Donner un temps de recherche aux élèves
- Inciter les élèves à énoncer la définition.
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

Travail à la maison	Question 3 de l'activité 1 p 168

Chapitre 19 :	Statistiques	Séance n° : 2	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Déterminer les paramètres de position d'une série statistique : médiane, quartiles, moyenne et mode. - Faire des interprétations et des comparaisons en exploitant ces paramètres.
Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (Question 3 de l'activité 1 p 168) **Saisir l'occasion** de la correction pour rappeler que: ▪ Le coefficient multiplicateur **C** qui permet de passer de l'année i à l'année j est le quotient $\frac{n_j}{n_i}$ Si par exemple ce quotient prend la valeur 1.3, on déduit qu' en l'année j, l'effectif a été multiplié 1.3 par rapport à l'année i: c'est-à-dire qu'il a augmenté de 30% ▪ L'indice **I** permet la comparaison des valeurs qui n'ont pas le même ordre de grandeur. Il permet de connaître l'évolution d'une valeur à partir d'une date de référence appelée date de base • Si **I** est l'indice de l'année i, base 100 en l'année j et **C** est Le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année i à l'année j alors **I = 100.C**	10 minutes	• Les élèves participent à la correction • Valoriser les essais des élèves lors de la correction
II) Paramètres de position d'une série statistique **1) Mode et médiane d'une série statistique**	**a) Activité** Activité 5 p171 **b) Commentaires** ▪ **Le mode** **i) Rôle** Il indique la valeur (ou les valeurs) la plus fréquente du caractère. Il est exprimé en la même unité que les valeurs du caractère. **ii) Détermination** Cas d'une série statistique quantitative à valeurs isolées: C'est la valeur du caractère qui lui correspond le plus grand effectif: c'est la		

valeur la plus fréquente de la série.

- Cas d'une série statistique quantitative continue:

1. si toutes les classes ont la même amplitude.

c'est la classe du caractère qui lui correspond la plus grande fréquence (ou le plus grand effectif) :

2. si les classes n'ont pas la même amplitude.

c'est la classe k du caractère pour laquelle la fréquence (ou l'effectif) par unité d'amplitude (la densité $d_k = \frac{n_k}{a_k}$) est la plus élevée.

- Cas d'une série statistique qualitative

C' est la modalité du caractère qui lui correspond le plus grand effectif: c'est la modalité la plus fréquente de la série

Remarques: une série statistique peut être multimodale.

c) activité d'application

Déterminer le(s) mode(s) de chacune de deux séries suivantes

1°) Les résultats de 50 lancers d'un dé dont les faces sont numérotées: 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont consignés dans le tableau ci – dessous:

Face obtenue	1	2	3	4	5	6
Effectif	6	11	11	8	5	9

2°) Une enquête portant sur l'ancienneté des salariés d'une entreprise a conduit aux résultats ci -dessous

Ancien-neté	[0,10[	[10,15[	[15,20[	[20,30[	[30,40[
Effectif	16	16	25	8	5

- **La médiane**

i) Rôle

Elle permet d'avoir une idée sur la valeur du caractère qui partage la population en deux échantillons de même taille (ou presque). Elle est notée: Me (la série étant supposée rangée dans un ordre croissant)

Elle est exprimée en la même unité que les valeurs du caractère

ii) Détermination

- Cas d'une série statistique quantitative à k valeurs isolées:

• Si l'effectif total N est impair (N = 2p + 1) alors Me est la valeur du caractère

15 minutes

- **Vu l'horaire assez limité réservé à cette partie du programme, on pourrait présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application**

Au cours de tous les paragraphes de cette séance, on essaiera de:

- Donner un temps de recherche aux élèves
- Inciter les élèves à énoncer la définition.
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
- Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques,

prise par le (p+1) - ème individu: $Me = x_{p+1}$

• Si l'effectif total N est pair (N = 2p) alors Me est la moyenne des valeurs du caractère prises par le p - ième et le (p+1) - ième individus:

$$Me = \frac{x_p + x_{p+1}}{2}$$

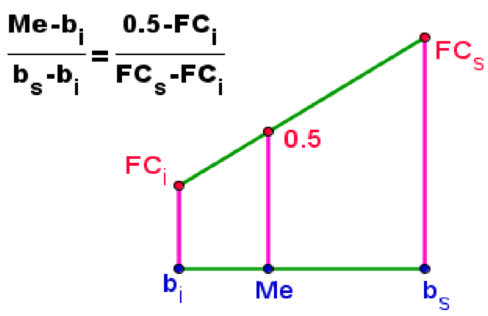
- Cas d'une série statistique quantitative continue:

• on détermine la classe à laquelle appartient Me: c'est la classe au bout de laquelle l'effectif cumulé croissant atteint ou dépasse la moitié de l'effectif total (ou la fréquence cumulée croissante atteint ou dépasse 50 %)

• on suppose qu'à l'intérieur de cette classe, la répartition est uniforme et par suite on déterminera Me par interpolation linéaire. 0n a alors

$$\frac{Me - b_i}{b_s - b_i} = \frac{0.5 - FC_i}{FC_s - FC_i}$$

b_i : borne inférieure de la classe;
b_s : borne supérieure de la classe;
FC_i : fréquence cumulée associée à la borne inférieure de la classe
FC_s: fréquence cumulée associée à la borne supérieure de la classe



- Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

Méthodes graphiques

Me est l'abscisse du point d'intersection de

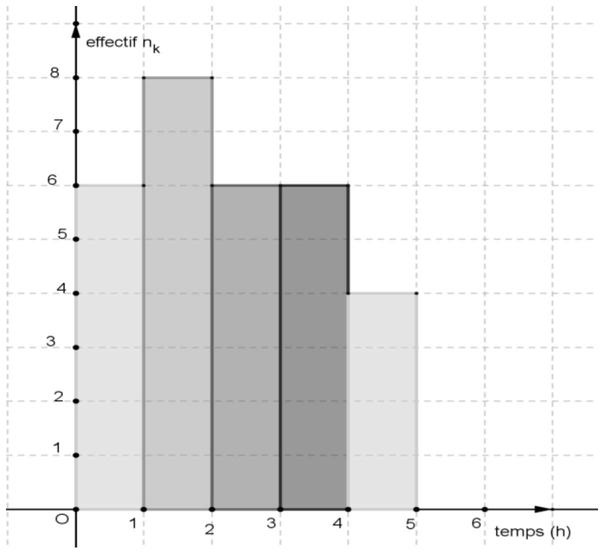
- Courbe des E.C.C et celle des E.C.D
- Courbe des F.C.C et celle des F.C.D
- Courbe des F.C.C et la droite d'équation y = 0.5
- Courbe des F.C.D et la droite d'équation y = 0.5

d) activité d'application

L'histogramme ci – dessous représente la répartition de 30 élèves d'une classe suivant le temps (en heure) qu'ils réservent à la révision de l'une des matières.

tableaux…

1°) Résumer ce graphique par un tableau
2°) Compléter ce tableau par la ligne des fréquences cumulées croissantes sous forme de rationnels
3°) a) Déterminer alors la classe qui contient la Médiane
b) Déterminer la médiane par le calcul
4°) a- Calculer l'aire totale des rectangles de l'histogramme
b- Déterminer l'équation de la droite D parallèle à l'axe des ordonnées qui partage cet histogramme en deux histogrammes de même aire



2) La moyenne

a) Activité

Activité 12 p176

b) Commentaires

i) Rôle

• Elle permet d'avoir une idée sur le centre de la série. Elle est notée: $\overline{x}$.
• Elle est exprimée en la même unité que les valeurs du caractère.

ii) Détermination

- Cas d'une série statistique quantitative à p valeurs isolées:

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\left(n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p\right) = \sum_{k=1}^{p} f_kx_k$$

- Cas d'une série statistique quantitative continue:

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\left(n_1c_1 + n_2c_2 + \ldots + n_pc_p\right) = \sum_{k=1}^{p} f_kc_k$$

10 minutes

- Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

c) Activité d'application

Les recettes R en dinars d'un grossiste selon ses

75 clients
au cours du mois de Janvier sont données par la distribution suivante:

Recette	[215,235	[235,255	[255,275	[275,295	[295,315
Effectif	4	6	13	22	15

Recette	[315,235[	[335,355[	[355,375[
Effectif	6	5	4

1°) Déterminer le mode de cette série
2°) Déterminer la moyenne $\overline{R}$ de cette série.
Interpréter le résultat

3) Quartiles

a) Activité

Activité 6 p172

b) Commentaires

i) Rôle

- Les quartiles sont les trois réels Q1, Q2 et Q3 qui partagent la population - d'après ses valeurs classées dans l'ordre croissant (ou décroissant) - en quatre séries de même effectif (ou presque).

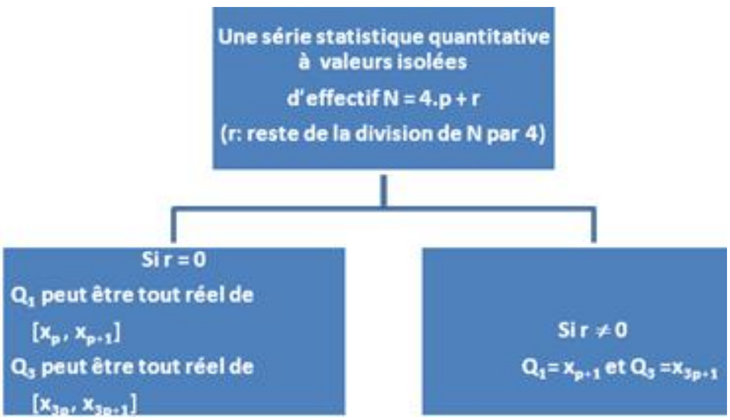
Remarque: Q_2 = Me.

- L'intervalle interquartile est l'intervalle [Q1, Q3]. Son amplitude est appelée l'écart interquartile.

ii) Détermination

10 minutes

- Cas d'une série statistique quantitative à k valeurs isolées d'effectif N



Cas d'une série statistique quantitative continue d'effectif N = 4.p + r
(r: reste de la division de N par 4)

- On détermine la classe à laquelle appartient Q_1: c'est la classe au bout de laquelle l'effectif cumulé croissant atteint ou dépasse le quart de l'effectif total N (ou la fréquence cumulée croissante atteint ou dépasse 25 %)

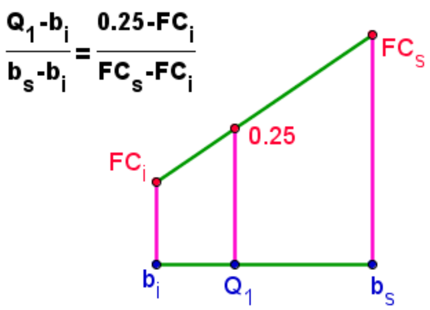
- On suppose qu'à l'intérieur de cette classe, la répartition est uniforme et par suite on déterminera Q_1 par interpolation linéaire.

On a alors $\frac{Q_1 - b_i}{b_s - b_i} = \frac{0.25 - FC_i}{FC_s - FC_i}$

bi : borne inférieure de la classe;
bs : borne supérieure de la classe;

FCi : fréquence cumulée associée à la borne inférieure de la classe

FCs: fréquence cumulée associée à la borne supérieure de la classe



Méthodes graphiques

Q_1 est l'abscisse du point d'intersection de:

- Courbe des F.C.C et la droite d'équation y = 0.25
- Courbe des F.C.D et la droite d'équation y = 0.25

Remarque: on adoptera la même démarche pour déterminer Q_3 et en tenant compte des changements nécessaires

- Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

D'après la signification de l'aire de l'histogramme, Q_1, Me et Q_3 sont les trois valeurs qui coupent l'histogramme en quatre parties de même aire

c) Activité d'application

Le tableau ci – dessous résume la répartition des

accidents de la route dans un pays durant une année selon les heures de la journée.
1°) Déterminer le 1er quartile de cette série
2°) a) Représenter le polygone des fréquences cumulées croissantes
b)En déduire Q3 et Me.
c) Interpréter les valeurs obtenues pour Q1, Me et Q3

Période	[0,3[	[3,6[	[6,9[	[9,12[	[12,15[
Effectif	4550	3230	8220	9050	12040

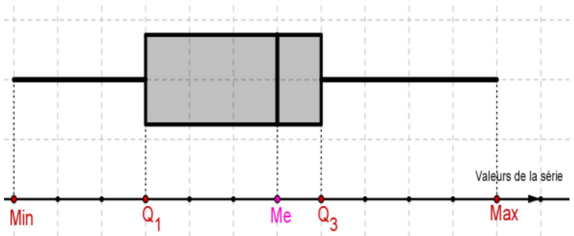
Période	[15,18[	[18,21[	[21,24[
Effectif	16040	16820	10050

10 minutes

III) Diagramme en boîte

a) Construction

Ce diagramme permet de visualiser la valeur minimale de la série, son 1er quartile, sa médiane, son 3ème quartile et sa valeur maximale
La largeur de la boîte qui représente 50% (ou presque) de l'effectif total est arbitraire.
De cette boîte s'étirent deux moustaches représentées par deux segments jusqu'aux valeurs minimale et maximale



b) Activité d'application

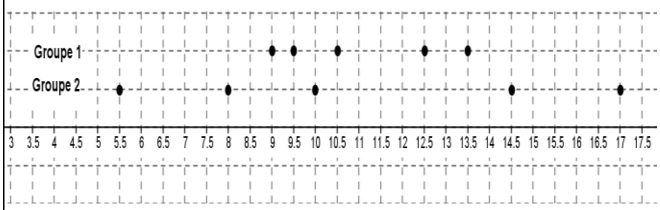
Activité 8 p 174

Travail à la maison	Exercice 4 p 196 Exercice 10 p 197

Chapitre 19:	Statistiques	Séance n° : 3	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Déterminer les paramètres de dispersion d'une série statistique: étendue, variance, et écart-type. - Faire des interprétations et des comparaisons en exploitant ces paramètres. - Savoir l'effet d'une application affine sur la moyenne, la variance et l'écart type d'une série statistique

Supports pédagogiques	- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (Exercice 4 p 196 et Exercice 10 p 197)	10 minutes	.
IV) Paramètres de dispersion d'une série statistique **1) Introduction**	**a) Activité** Sur le graphique ci-dessous, sont représentées les notes de deux groupes d'une classe de 2éme année Sciences en un même devoir:  1) Quelle impression vous donne ce graphique concernant les résultats du 2ème groupe par comparaison avec ceux du 1er groupe ? 2) Calculer la note moyenne pour chaque groupe 3) Ce résultat seul vous semble-t-il suffisant pour comparer les niveaux de ces deux groupes ? **b) Commentaire** Les paramètres de position sont insuffisants pour caractériser une série. Deux séries de même moyenne ne se répartissent pas nécessairement de la même manière autour de cette moyenne: l'introduction de nouveaux paramètres qui mesurent la dispersion des valeurs s'impose	5 minutes	• **Vu l'horaire assez limité réservé à cette partie du programme, on pourrait présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application** Au cours de tous les paragraphes de cette séance, on essaiera de: • Donner un temps de recherche aux élèves

2) Étendu d'une série statistique	**a) Définitions** • L'étendue d'une série statistique à valeurs isolées est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale du caractère • L'étendue d'une série statistique continue est la différence entre la borne supérieure de la dernière classe (contenant les plus fortes valeurs du caractère) et la borne inférieure de la première classe (contenant les plus faibles valeurs du caractère) **b) Activité d'application** Déterminer l'étendue de chacune des séries de notes de deux groupes d'élèves de l'activité du paragraphe précédent	5 minutes	• Inciter les élèves à énoncer la définition. • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques, tableaux…
3) Écart interquartile	**a) Définition** C'est la différence entre le 3ème quartile et le 1er quartile de la série étudiée : $Q_3 - Q_1$ **b) Activité d'application** Déterminer l'écart interquartile de chacune des séries de notes de deux groupes d'élèves représentées par le graphique de l'activité du paragraphe 1 ci-dessus	5 minutes	
4) La variance	**a) Activité d'approche** On reconsidère les données de l'activité du paragraphe 1 ci-dessus (le graphique) 1) En vous des résultats précédents, déterminer lequel de deux groupes a eu des notes plus dispersées par rapport à la moyenne ? 2) On se propose de trouver un paramètre qui mesure plus précisément la dispersion des notes par rapport à la moyenne : a) Compléter la 2éme et la 3éme colonnes du tableau ci-dessous (Les xi sont les notes du premier groupe) b) Calculer la moyenne des carrés des erreurs (Utiliser la somme de la 3éme colonne) Cette moyenne est appelée la variance des notes du premier groupe (on la note V). c) Calculer la variance de la 2$^{\text{ème}}$ série	10 minutes	

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	x_i^2
9			
9.5			
10.5			
12.5			
13.5			
Somme			

d) Compléter la 4éme colonne du tableau puis calculer $\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) - \left(\bar{x}\right)^2$.

Que remarquez-vous ?

b) A retenir

- La variance qu'on note: V est la moyenne des carrés des écarts des valeurs du caractère par rapport à leur moyenne:

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) - \left(\bar{x}\right)^2$$

- Dans le cas d'un caractère continu, on remplacera dans les formules ci – dessus les x_i par les c_i: centres de différentes classes

Remarques

- La variance est toujours exprimée par un nombre positif
- La variance mesure la dispersion autour de la moyenne
- Elle n'est pas exprimée en la même unité que le caractère: si le caractère est le salaire en dinars alors sa variance sera exprimée en D² !: c'est pourquoi on préfère recourir à sa racine carrée qui est exprimée en la même unité: c'est l'écart type

5) L'écart type

a) Définition

- L'écart - type qu'on note: σ est la racine carrée de la variance.

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) - \bar{x}^2}$$

- Dans le cas d'un caractère continu, on remplacera dans la formules ci – dessus les xi par les ci : centres de différentes classes

10 minutes

Remarques

- Il tient compte de toutes les observations
- Il exprime fidèlement la dispersion d'une série car il est peu sensible aux fluctuations d'échantillonnage

Interprétation

L'écart – type permet de comparer la dispersion de deux séries de même ordre de grandeur

Attention:

si deux séries statistiques n'ont pas le même ordre de grandeur alors celle qui prend les plus grandes valeurs aura le plus grand écart – type mais cela ne signifie pas que ses valeurs sont plus dispersées (Pour faire des comparaisons il faut définir un autre paramètre qui est hors programme)

b) Activité d'application

Benjamin	3	5	7
Cadet	5	10	15
Aîné	8	10	12

L'aîné et le cadet d'une famille sont deux élèves du lycée où le barème du contrôle continu contient vingt points. Le benjamin est encore à l'école primaire où on est noté suivant un barème de dix points. Le tableau ci-dessus résume les résultats de trois premiers devoirs de chacun de ces enfants.
On désignera par X, Y et Z les séries des notes respectives du benjamin, cadet et l'aîné.
1°) Calculer la moyenne de chacune de ces trois séries
2°) Classer – si c'est possible - ces trois frères par ordre de grandeur croissant d'irrégularité du travail

V) Effet d'une application affine sur la moyenne, la variance et l'écart type d'une série statistique	**a) Activité d'approche** Activité 19 p 179 **b) A retenir** Etant donnés deux réels a et b et une série statistique de taille n, de moyenne $\overline{X}$, de variance V et d'écart – type σ et ayant pour valeurs: $(x_1, x_2, ..., x_p)$ alors la série $(y_1, y_2, ..., y_p)$ telle que pour tout indice i les valeurs x_i et y_i ont le même effectif : n_i alors	10 minutes	

$y_i =$	$(b + x_i , n_i)$	(ax_i , n_i)	$(ax_i + b, n_i)$
Moyenne	$\bar{x} + b$	$a\bar{x}$	$a\bar{x} + b$
Variance	V	a^2V	a^2V
Écart type	σ	$\|a\|\sigma$	$\|a\|\sigma$

Travail à la maison	- Activité 26 p 185 - Exercice 4 p 188 - Exercice 11 p 198

Chapitre 19 :	**Statistiques**	Séance n° : 4	Durée : 1 h

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs

Supports pédagogiques	- …

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (Exercice 4 p 196 et Exercice 10 p 197)	10 minutes	• Faire participer les élèves à la correction
VI) Simulation d'une expérience aléatoire **1) Simulation d'expériences aléatoires**	• **Une simulation… c'est quoi?** Trop coûteuses ou trop dangereuses, certaines expériences scientifiques (par exemple en technologie nucléaire) ne peuvent pas être réalisées. Parfois le modèle théorique est jugé insuffisant. On aura alors recours à **une expérience virtuelle: la simulation** • **Exemples** **Exemples avec une calculatrice** simuler le lancer d'une pièce de monnaie (apparition de « PILE » ou « FACE » en utilisant la touche **RANDOM** d'une calculatrice **Exemples avec le tableur Excel** **Liste de certaines commandes (fonctions)** • **Alea():** affiche un nombre au hasard entre 0 et 1 exclu • **Alea()*n:** affiche un nombre au hasard entre 0 et n exclu • **Ent():** donne la partie entière d'un nombre • **Ent(Alea()*n):** affiche un entier au hasard entre 0 et n exclu **Simuler le jet d'une pièce avec Excel** : Dans la case A1: écrire la formule :		. • Tous ces exemples sont présentés à titre indicatif et il revient au professeur d'en choisir ce qu'il juge opportun

=SI(ALEA()<0,5;"PILE";"FACE").
ALEA() est un nombre aléatoire compris entre 0 et 0,99999999 que l'ordinateur tire à notre place.
Il y a donc 1 chance sur 2 que ce nombre soit plus petit que 0,5.
Dans ce cas, la réponse affichée dans la case est PILE, et dans le cas contraire FACE.

Etendre la simulation à 10 jets consécutifs de la même pièce :
Edition /Copier
Cliquer en maintenant appuyé sur la zone de A2 à A10 : elle passe en surbrillance
Edition Coller
Les 10 premières cases de la colonne prennent des valeurs aléatoires équiprobables parmi PILE ou FACE.

Retirer 10 nouvelles valeurs au hasard :
Cliquer en haut dans la barre de formule
Touche Entrée
Les 10 nouvelles valeurs tirées sont affichées à la place des anciennes.

Préparation du tableau des effectifs :
Ecrire PILE en case D1, FACE en case E1, et Effectifs en case C2
Dans la case D2 : écrire la formule : =NB.SI($A$1:$A$1000;"=PILE")
Dans la case E2 : écrire la formule : =NB.SI($A$1:$A$1000;"=FACE")
La fonction NB.SI parcourt toutes les 1000 cases désignées, y compris les cases vides.
Elle compte le nombre des cases dont le résultat est exactement PILE (resp. FACE) et l'affiche.

Préparation du graphique :
Passer la zone rectangulaire de D1 à E2 en surbrillance
Cliquer en haut l'icône de l'Assistant graphique
Type de graphique : Secteurs
Suivant … Titre du graphique : Résultats des tirages … Terminer
Le graphique en forme de camembert apparaît.
Il traduit bien visuellement les proportions relatives de PILE et FACE

Observation des fluctuations des fréquences à taille d'échantillon

2) Fluctuation d'échantillonnage	**constante :** Retirer 10 nouvelles valeurs et observer la nouvelle répartition de PILE et FACE : que constate t'on ? **Observation de l'influence de la taille de l'échantillon :** Créer un tirage de N = 20 valeurs de PILE ou FACE en copiant la formule en A10 dans la zone de A11 à A20 Observer alors les fluctuations comme précédemment. Puis refaire la même chose avec N = 50 ; N = 100 ; jusqu'à N = 200. Que peut-on dire des variations de fréquences quand la taille N de l'échantillon augmente ? **Liens à consulter:** **Ch19- Fig\Lancer d'un dé parfait.xls** **Ch19- Fig\Lancer d'une pièce de monnaie.xls** **Lien sur Internet:** http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/simulationde-lancers-dun-de-parfait/ **Exemples avec le tableur de GeoGebra** Lien sur Internet: http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/le-menu-tableur-du-geogebra-version-3-2/ **a) Activité d'approche** Activité 26 p 185 (travail à la maison) **b) Commentaires** - On amène les élèves à observer que les résultats des fréquences ne sont pas les mêmes pour des échantillons différents (à petite taille et même si cette taille est constante) - Les fréquences des échantillons à grande taille se rapprochent à des valeurs théoriques bien précises (des probabilités).		